



**Ana Sofia Silva Ribeiro**

Licenciada em Ciências de Engenharia Civil

## **Modelação Micromecânica do Comportamento do Mastique Betuminoso**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Rui Alexandre Lopes Baltazar Micaelo,  
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências  
e Tecnologia da Universidade Nova de  
Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Rocha de Almeida  
Arguente: Doutor Nuno Monteiro Azevedo  
Vogal: Prof. Doutor Rui Baltazar Micaelo



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Dezembro 2011**





“Copyright” Ana Sofia Silva Ribeiro, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, sob a orientação do Professor Doutor Rui Baltazar Micaelo. A sua concretização marca o final de uma importante etapa da minha vida, pelo que não poderia deixar de agradecer a todos aqueles que a tornaram possível.

Ao Professor Doutor Rui Micaelo, meu orientador científico, pelo inestimável apoio, dedicação e total disponibilidade.

Ao Professor Doutor Hugo Silva, autor dos ensaios laboratoriais que serviram de base à realização desta dissertação, pelo fornecimento de todos os dados, e pela disponibilidade e esclarecimento de questões relativas aos mesmos.

Ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil pela cedência da licença do software PFC<sup>2D</sup>.

Ao Professor Doutor Victor Lobo pela amizade e pelo apoio.

Ao João Santos pelos esclarecimentos prestados relativamente à modelação numérica.

À minha mãe pela aposta contínua na minha formação pessoal e académica e pelo exemplo de força que me ajudou a ultrapassar os obstáculos.

Ao meu pai pelo forte incentivo e interesse demonstrados.

Ao meu irmão Miguel pelo encorajamento e apoio incessante.

À Marina, à Isabel e ao António, por serem como uma família para mim.

À Sara, pela sólida amizade e pelo incentivo.

A todos os meus amigos, que comigo partilharam esta caminhada.

E, por último, ao Diogo pelo apoio e cumplicidade, sem os quais este caminho teria sido muito mais difícil de percorrer.



# Resumo

A modelação numérica através de métodos micromecânicos em misturas betuminosas revela-se muito promissora pela possibilidade de distinguir os diferentes comportamentos dos seus materiais constituintes (agregado, betume e mastique). O presente estudo consiste na modelação micromecânica do mastique betuminoso com o método de elementos discretos.

São utilizados os resultados dos ensaios realizados sobre provetes de mastique betuminoso no âmbito do trabalho de doutoramento do Professor Doutor Hugo Silva da Universidade do Minho. Pretende-se determinar a variabilidade dos parâmetros micromecânicos do modelo de Burgers face às diferentes composições e materiais utilizados no fabrico dos mastiques, quando sujeitos ao ensaio de carregamento repetido. De forma a calibrar o modelo é realizada primeiramente uma modelação macroscópica com base nos ensaios laboratoriais antes da realização da modelação microscópica.

Os resultados obtidos permitem constatar que as características que mais influenciam o comportamento do mastique betuminoso aquando da realização do ensaio de rigidez são o teor em betume e a temperatura a que é realizado o ensaio. Constata-se também que, embora em ordens de grandeza distintas, é possível observar uma relação entre os parâmetros macroscópicos e microscópicos.

## Palavras chave:

Pavimentos rodoviários  
Mastique betuminoso  
Comportamento mecânico  
Método de elementos discretos  
Modelação numérica



# Abstract

## **Micromechanic modelling of bituminous mastic behaviour**

Numerical modeling through micromechanic methods in bituminous mixtures has proved to be very promising for the possibility of distinguish different behaviors of its composing materials (aggregate, bitumen and mastic). This study consists in micromechanic modeling of bituminous mastic with the discrete element method.

The results used are from the PhD work of Professor Hugo Silva, from Minho University, Portugal. The aim of this study is to determine the variability of micromechanic parameters of Burgers model regarding different compositions and materials used on mastics production, when subjected to the repeated load test. In order to calibrate the model, first it is done a macromicroscopic modeling based on experimental tests before the realization of microscopic modeling.

The results obtained allow to deduce that the characteristics that most influence bituminous mastic behavior during the stiffness test are the percentage of bitumen and the test temperature. It is also inferred that, although in different orders of magnitude, there is a relation between macroscopic and microscopic parameters.

### **Keywords:**

Road pavements  
Bituminous mastic  
Mechanical behaviour  
Discrete element method  
Numerical modelling





# Índice de Texto

Índice de Texto	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Quadros	xvii
Símbolos, siglas e abreviaturas	xix
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações gerais . . . . .	1
1.2 Objectivos . . . . .	1
1.3 Organização do trabalho . . . . .	2
<b>2 Pavimentos rodoviários e misturas betuminosas: conceitos gerais</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.2 Pavimentos rodoviários . . . . .	5
2.3 Misturas betuminosas . . . . .	7
2.3.1 Ligantes betuminosos . . . . .	8
2.3.2 Agregados . . . . .	9
2.3.3 Vazios . . . . .	10
2.3.4 Mastique betuminoso . . . . .	10
<b>3 Comportamento mecânico do mastique betuminoso</b>	<b>13</b>
3.1 Introdução . . . . .	13
3.2 Modelos de comportamento dos materiais . . . . .	13
3.3 Rigidez do betume . . . . .	14
3.4 Modelo de Burgers . . . . .	17
3.5 Métodos numéricos . . . . .	21
3.5.1 Método de elementos finitos (MEF) . . . . .	22
3.5.2 Método de elementos de treliça (MET) . . . . .	23
3.5.3 Método de elementos discretos (MED) . . . . .	23

3.5.4	Revisão de trabalhos de modelação micromecânica de misturas betuminosas e mastiques betuminosos . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Avaliação do comportamento mecânico do mastique em laboratório</b>	<b>29</b>
4.1	Introdução . . . . .	29
4.2	Materiais utilizados . . . . .	29
4.2.1	Ligante betuminoso . . . . .	29
4.2.2	Agregados . . . . .	30
4.2.3	Filer . . . . .	31
4.3	Mistura betuminosa utilizada . . . . .	31
4.4	Determinação da composição do mastique betuminoso . . . . .	33
4.5	Mastiques betuminosos estudados . . . . .	36
4.6	Ensaio de rigidez . . . . .	36
4.7	Principais resultados e conclusões . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico</b>	<b>43</b>
5.1	Introdução . . . . .	43
5.2	Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica	43
5.2.1	Formulação numérica . . . . .	43
5.2.2	Resultados da formulação numérica . . . . .	47
5.3	Determinação da rigidez do betume . . . . .	52
5.4	Análise estatística: regressão múltipla . . . . .	53
5.4.1	Resultados das regressões múltiplas desenvolvidas . . . . .	57
5.5	Síntese . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico</b>	<b>67</b>
6.1	Introdução . . . . .	67
6.2	Particle Flow Code in Two Dimensions - PFC <sup>2D</sup> . . . . .	67
6.3	Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica	83
6.3.1	Formação da assembleia . . . . .	84
6.3.2	Ensaio de carregamento . . . . .	92
6.3.3	Formulação numérica para obtenção do módulo de rigidez e do ângulo de fase . . . . .	93
6.3.4	Resultados da formulação numérica . . . . .	96
6.4	Síntese . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>105</b>
7.1	Conclusões . . . . .	105
7.2	Desenvolvimentos futuros . . . . .	108
	<b>Bibliografia</b>	<b>109</b>
<b>A</b>	<b>Algoritmo de determinação dos quatro parâmetros do modelo de Burgers</b>	<b>111</b>
<b>B</b>	<b>Algoritmo de geração da assembleia de partículas</b>	<b>115</b>
<b>C</b>	<b>Algoritmo de ensaio de carregamento</b>	<b>119</b>
<b>D</b>	<b>Algoritmo de formulação numérica</b>	<b>123</b>

<b>E</b>	<b>Módulo de rigidez e ângulo de fase obtidos por análise microscópica</b>	<b>125</b>
----------	--	------------



# Índice de Figuras

1.1	Fluxograma do procedimento adoptado . . . . .	2
2.1	Constituição de um pavimento rodoviário flexível . . . . .	6
2.2	Ensaio de penetração a 25°C (pen25) (Branco <i>et al.</i> , 2008) . . . . .	9
2.3	Ensaio de determinação do ponto de amolecimento pelo método de anel e bola (TAB) (Branco <i>et al.</i> , 2008) . . . . .	10
2.4	Composição das misturas betuminosas e do mastic betuminoso . . . . .	11
3.1	Resposta elástica, viscosa e viscoelástica a uma aplicação de tensão constante (adaptado de Abbas, 2004) . . . . .	15
3.2	Ábaco de Van der Poel para a determinação da rigidez do betume (adaptado de Demirci, 2010) . . . . .	16
3.3	Modelo de Maxwell . . . . .	18
3.4	Modelo de Kelvin . . . . .	19
3.5	Modelo de Burgers . . . . .	20
3.6	Componentes de extensão pelo Modelo de Burgers (Branco <i>et al.</i> , 2008) . . . . .	20
3.7	Extensão do modelo de Maxwell, Kelvin e Burgers para uma tensão constante aplicada no intervalo de tempo ( $t_i - t_0$ ) (Micaelo, 2008) . . . . .	21
3.8	Ciclo genérico de cálculo (Adaptado de Azevedo, 2003) . . . . .	24
3.9	Comparação entre os resultados obtidos em laboratório e os resultados previstos com o modelo de elementos discretos (You, 2003) . . . . .	25
3.10	Modelo de elementos discretos do mastic betuminoso (sendo 52% constituído por filler) (Abbas, 2004) . . . . .	26
3.11	Modelo de elementos discretos da mistura betuminosa sujeita a uma carga dinâmica a), comparação entre os resultados previstos e medidos para misturas betuminosas com diferentes tipos de betume b) (Abbas, 2004) . . . . .	26
3.12	Deformada e padrão de fendilhamento previsto para uma mistura betuminosa submetida ao ensaio de tracção a velocidade moderada (Silva, 2005) . . . . .	27
3.13	Distribuição das forças de contacto (compressão a encarnado e tracção a preto) num provete de uma mistura betuminosa com 4500 partículas (Lee, 2006) . . . . .	28



## Índice de Figuras

---

4.1	Curva granulométrica da mistura betuminosa de desgaste (Silva, 2005) . . . . .	32
4.2	Granulometria das misturas e das fracções em que estas foram divididas (Silva, 2005) . . . . .	34
4.3	Granulometria do mastique existente nas três fracções das misturas betuminosas (Silva, 2005) . . . . .	35
4.4	Granulometria do mastique das fracções 2 e granulometria inicial da mistura betuminosa (Silva, 2005) . . . . .	35
4.5	Representação do provete de mastique submetido ao ensaio de carregamento . .	38
4.6	Resultados dos ensaios de rigidez à temperatura de 5°C em função da frequência, em a) o módulo de rigidez [MPa] e em b) o ângulo de fase [°] . . . . .	40
4.7	Resultados dos ensaios de rigidez à frequência de 10Hz, em a) o módulo de rigidez [MPa] e em b) o ângulo de fase [°] . . . . .	41
5.1	Variação do parâmetro $K_1$ em função da temperatura . . . . .	59
5.2	Variação do parâmetro $C_1$ em função da temperatura e da percentagem de betume	61
5.3	Variação do parâmetro $K_2$ em função da temperatura . . . . .	62
5.4	Variação do parâmetro $C_2$ em função da temperatura, da percentagem de betume e do tipo de filer . . . . .	64
6.1	Ciclo de cálculo no PFC <sup>2D</sup> (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	69
6.2	Notação usada para descrever o contacto partícula-partícula (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	69
6.3	Notação usada para descrever o contacto partícula-parede (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	70
6.4	Modelo de Burgers (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	75
6.5	Comportamento de um contacto com o modelo de “Adesão Pontual” (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	78
6.6	Representação de um contacto com “Adesão Paralela” (Itasca Consulting Group, 2004) . . . . .	79
6.7	Círculos de medição . . . . .	85
6.8	Representação da variação da porosidade para as quatro configurações de círculos de medição . . . . .	85
6.9	Desvio padrão da porosidade em função do rácio diâmetros partícula/círculo de medição . . . . .	86
6.10	Compressão isotrópica por camadas (método "b") . . . . .	88
6.11	Compressão isotrópica por imposição de velocidade a todas as paredes (método "c")	89
6.12	Assembly escolhida para ser submetida aos ensaios de rigidez . . . . .	91
6.13	Provete após ensaio de carregamento (simulação A a 10Hz) . . . . .	93
6.14	Tensão (Pa) resultante da simulação do ensaio de rigidez em função do tempo (s) a), tensão (Pa) obtida pela expressão de regressão em função do tempo (s) b), sobreposição de ambas c) e d) . . . . .	95
6.15	Sobreposição da extensão aplicada no ensaio de rigidez em função do tempo com a extensão obtida pela expressão de regressão . . . . .	96
6.16	Módulo de rigidez agrupado por frequências e por temperaturas . . . . .	98
6.17	Ângulo de fase agrupado por frequências e por temperaturas . . . . .	99
6.18	Comparação entre $K_1$ macroscópico e microscópico . . . . .	100
6.19	Comparação entre $C_1$ macroscópico e microscópico . . . . .	101
6.20	Comparação entre $K_2$ macroscópico e microscópico . . . . .	101

6.21	Comparação entre $C_2$ macroscópico e microscópico . . . . .	102
------	--	-----





# Índice de Quadros

3.1	Resumo de estudos em modelos numéricos aplicados à caracterização mecânica . . . . .	28
4.1	Características dos betumes 35/50 e 50/70 (adaptado de Silva, 2005) . . . . .	30
4.2	Características dos agregados (adaptado de Silva, 2005) . . . . .	31
4.3	Curva granulométrica da mistura betuminosa de desgaste (Silva, 2005) . . . . .	32
4.4	Divisão da mistura betuminosa em fracções . . . . .	33
4.5	Misturas betuminosas produzidas (adaptado de Silva, 2005) . . . . .	33
4.6	Teor em betume obtido (adaptado de Silva, 2005) . . . . .	34
4.7	Composição média do mastique existente nas três fracções das misturas betuminosas (Silva, 2005) . . . . .	35
4.8	Composição dos mastiques betuminosos (Silva, 2005) . . . . .	37
4.9	Valores de $E^*$ e $\phi$ obtidos em laboratório por Silva . . . . .	39
5.1	Valores dos parâmetros do modelo de Burgers otimizados, obtidos por análise macroscópica ( $K_1$ e $K_2$ em $N/m$ e $C_1$ e $C_2$ em $Ns/m$ ) . . . . .	48
5.2	Mastique 2 (menor teor em betume) destacado a azul e Mastique 3 (maior teor em betume) destacado a verde . . . . .	49
5.3	Mastique 4 (tipo de betume 50/70) destacado a azul . . . . .	50
5.4	Mastique 5 (filer recuperado de origem granítica) destacado a verde . . . . .	50
5.5	Mastique 8 (com envelhecimento) destacado a azul . . . . .	51
5.6	Mastique 6 (granulometria fina) destacado a azul e Mastique 7 (granulometria grossa) destacado a verde . . . . .	51
5.7	Índice de Penetração . . . . .	52
5.8	Módulo de Rigidez (MPa) . . . . .	53
5.9	Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro $K_1$ . . . . .	58
5.10	Resultados da regressão efectuada aos valores de $\log(K_1)$ . . . . .	59
5.11	Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro $C_1$ . . . . .	59
5.12	Resultados da regressão efectuada aos valores de $\log(C_1)$ . . . . .	60
5.13	Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro $K_2$ . . . . .	61
5.14	Resultados da regressão efectuada aos valores de $\log(K_2)$ . . . . .	62
5.15	Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro $C_2$ . . . . .	62

## Índice de Quadros

---

5.16	Resultados da regressão efectuada aos valores de $\log(C_2)$ . . . . .	63
6.1	Características utilizadas na primeira assembleia definida . . . . .	84
6.2	Desvio padrão das quatro possíveis configurações de círculos de medição . . . . .	86
6.3	Assembleias . . . . .	89
6.4	Características da assembleia final . . . . .	91
6.5	Parâmetros utilizados nas simulações . . . . .	100
6.6	Correspondência entre simulações e os mastiques betuminosos às diferentes temperaturas . . . . .	100
E.1	Valores de $E^*$ e $\phi$ obtidos por análise microscópica . . . . .	125

# Símbolos, siglas e abreviaturas

## Letras Romanas

- $a$  Proporção ponderal de elementos passados no peneiro #3/8"
- $a$  Coeficiente de regressão da tensão
- $A$  Declive da recta que representa a viscosidade do betume em função da temperatura (escala logarítmica)
- $A$  Área da base do provete
- $A$  Coeficiente de regressão da extensão
- $\mathcal{A}_i$  Componentes de aceleração
- $b$  Proporção ponderal de elementos passados no peneiro #4
- $b$  Coeficiente de regressão da tensão
- $B$  Coeficiente de regressão da extensão
- $B'_i$  Coeficientes estandardizados
- $B_i$  Coeficientes absolutos da regressão
- $c$  Proporção ponderal de elementos passados no peneiro #10
- $c$  Coeficiente de regressão da tensão
- $c_n$  Componente normal do coeficiente de amortecimento
- $c_s$  Componente de corte do coeficiente de amortecimento
- $c_n^{crit}$  Coeficiente de amortecimento crítico normal
- $c_s^{crit}$  Coeficiente de amortecimento crítico de corte
- $C$  Coeficiente de regressão da extensão
- $C_{ii}$  Elemento  $i$  da diagonal da matriz  $(X'X)^{-1}$
- $C_1$  Viscosidade do elemento Maxwell
- $C_2$  Viscosidade do elemento Kelvin

## Símbolos, siglas e abreviaturas

---

- $d$  Proporção ponderal de elementos passados no peneiro #80
- $d$  Coeficiente de regressão da tensão
- $D$  Coeficiente de regressão da extensão
- $D^n$  Força de amortecimento normal
- $D^s$  Força de amortecimento de corte
- $e$  Proporção ponderal de elementos passados no peneiro #200
- $e$  Porosidade do maior círculo possível dentro dos limites da assembleia
- $e_i$  Porosidade do círculo de medição  $i$
- $E$  Módulo de elasticidade
- $E^*$  Módulo de rigidez complexo
- $f$  Coeficiente de atrito
- $f$  Força de contacto
- $f$  Força de contacto referente ao elemento Kelvin
- $f$  Frequência
- $f$  Proporção ponderal de elementos inferiores a 0,075 mm
- $F$  Força
- $F$  Função objectivo
- $F_i$  Força destabilizadora na partícula
- $F_i^d$  Força de amortecimento local
- $F_i^n$  Força de contacto normal
- $F_i^s$  Força de contacto de corte
- $F_j^{(c)}$  Força que actua sobre o contacto
- $F_{max}^s$  Força máxima de corte que o contacto permite
- $\mathcal{F}_i$  Força destabilizadora (inclui a contribuição da força da gravidade)
- $g_i$  Aceleração da gravidade
- $G$  Módulo de corte complexo
- $G$  Proporção ponderal de elementos superiores a 6,3 mm
- $I$  Momento de inércia
- $J$  Flexibilidade ao corte

$k$	Rigidez da mola
$k^s$	Módulo de rigidez ao corte
$K^n$	Módulo de rigidez normal
$K_1$	Rigidez do elemento Maxwell
$K_2$	Rigidez do elemento Kelvin
$L$	Altura do provete
$m$	Massa total
$m$	Número de círculos de medição
$M_3$	Momento total aplicado à partícula
$\mathcal{M}_i$	Massa
$n$	Porosidade
$n_i^{(c,p)}$	Vector unitário direccionado do centróide da partícula para o ponto de contacto
$n_k$	Vector unitário normal à superfície
$pen_{T_i}$	Penetração do betume para a temperatura de ensaio $T_i$
$QME$	Variância dos erros
$QMT$	Variância total
$r_i$	Raio inicial
$r_f$	Raio final
$R$	Coefficiente de correlação múltipla
$R$	Raio
$R^2$	Coefficiente de determinação
$R_a^2$	Coefficiente de determinação ajustado
$s$	Proporção ponderal de elementos entre 0,075 mm e 0,315 mm
$S$	Proporção ponderal de elementos entre 0,315 mm e 6,3 mm
$S^{(p)}$	Superfície da partícula
$Sb$	Rigidez do betume
$S_{y,x}^2$	Quadrados médios dos erros
$SQE$	Soma do quadrado dos resíduos explicada pelos erros
$SQR$	Soma do quadrado dos resíduos com base na regressão



$SQT$  Soma dos quadrados dos desvios total

$t$  Tempo de ensaio

$t_c$  Tempo de carregamento

$t_{crit}$  Tempo crítico

$t_j^{(p)}$  Vector de tracção

$T$  Teste aos coeficientes do modelo de regressão

$T$  Período angular

$T$  Temperatura

$Tab$  Temperatura de amolecimento obtida pelo método de anel e bola

$T_{B_i}$  Valor do teste estatístico T

$T_i$  Temperatura de ensaio  $i$

$T_1$  Tempo de relaxação

$T_2$  Tempo de atraso

$u_k$  Deslocamento do elemento Kelvin

$u_{m_c}$  Deslocamento do amortecedor no elemento Maxwell

$u_{m_k}$  Deslocamento da mola no elemento Maxwell

$U^n$  Deformação normal no contacto

$U^s$  Deslocamento de corte total

$V^n$  Componente normal da velocidade de contacto

$V^s$  Componente de corte da velocidade de contacto

$V^{(p)}$  Volume da partícula  $p$

$w$  Frequência angular

$\dot{w}_3$  Aceleração angular da partícula

$\ddot{x}$  Segunda derivada do movimento em ordem ao tempo (aceleração da partícula)

$x_i^{(C)}$  Posição do ponto de contacto

$x_i^{(P)}$  Posição do centróide da partícula  $p$

$X$  Matriz das observações

$y$  Posição no eixo  $yy$

## Letras Gregas

$\alpha$	Coeficiente de amortecimento
$\alpha$	Amortecimento local
$\alpha^n$	Amortecimento viscoso na direcção normal
$\alpha^s$	Amortecimento viscoso na direcção de corte
$\beta$	Coeficiente de forma da partícula
$\Delta$	Deslocamento
$\Delta U^s$	Deformação de corte no contacto
$\varepsilon$	Extensão
$\varepsilon_i$	Erro ou resíduo aleatório
$\phi$	Ângulo de fase
$\mu$	Coeficiente de atrito
$\sigma$	Desvio padrão
$\sigma$	Tensão
$\sigma_{ij}$	Tensor de tensões

## Siglas e Abreviaturas

APORBET	Associação Portuguesa de Fabricantes de Misturas Betuminosas
ASTM	American Society for Testing and Materials (E.U.A.)
CLUMP	Agregação inquebrável de partículas
IPen	Índice de Penetração
MATLAB	Matrix Laboratory ( <i>software</i> )
MED	Método de Elementos Discretos
MEF	Método de Elementos Finitos
MET	Método de Elementos de Treliça
PFC <sup>2D</sup>	<i>Particle Flow Code in 2 Dimensions (software)</i>
SPSS	<i>Statistical Package for the Social Sciences (software)</i>





# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Considerações gerais

A rede rodoviária de um país assume um papel de extrema importância no seu desenvolvimento social e económico. Nos últimos anos tem-se verificado um considerável aumento do tráfego rodoviário em Portugal.

A par do crescimento do volume de tráfego, existe a necessidade de melhoria da comodidade e segurança de utentes, cada vez mais exigentes, através da minimização e reparação rápida de degradações dos pavimentos rodoviários.

Torna-se então fundamental o estudo das misturas betuminosas e dos seus materiais constituintes. A análise dos materiais betuminosos pode realizar-se em laboratório através de ensaios experimentais, e através de modelos numéricos que determinem o seu comportamento real. Estudos de comparação entre as duas abordagens (experimental e de modelação) têm sido realizados com o intuito de calibrar os modelos numéricos e de futuramente ser possível recorrer a estes com segurança e fiabilidade, minimizando custos e reduzindo o tempo investido.

### 1.2 Objectivos

O principal objectivo deste trabalho é a aplicação de um método numérico computacional ao estudo do comportamento mecânico de diferentes mastiques betuminosos quando submetidos ao ensaio de carregamento repetido. O trabalho teve também como objectivos:

- analisar as características (módulo de rigidez e ângulo de fase) de diferentes composições de mástico betuminoso quando sujeitos ao ensaio de carregamento repetido, a partir dos resultados obtidos em laboratório pelo Prof. Hugo Silva;
- determinar os parâmetros macroscópicos do modelo de Burgers dos diferentes mastiques, com o intuito de calibrar o modelo microscópico, desenvolvido posteriormente;

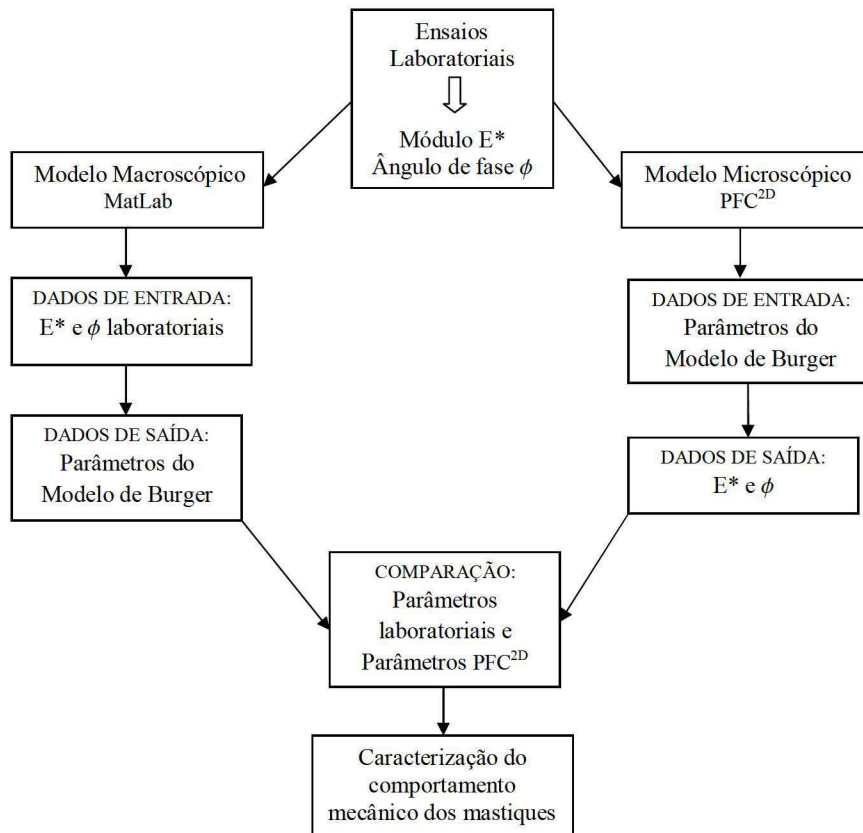


Figura 1.1: Fluxograma do procedimento adotado

- modelar o comportamento micromecânico dos mastiques pelo método de elementos discretos a duas dimensões, determinando os parâmetros microscópicos;
- estabelecer uma comparação entre os parâmetros macroscópicos e microscópicos.

O fluxograma da Figura 1.1 resume os passos percorridos durante a realização deste trabalho, partindo dos resultados laboratoriais,  $E^*$  e  $\phi$ .

### 1.3 Organização do trabalho

A presente dissertação encontra-se dividida em sete Capítulos, o primeiro dos quais é o presente Capítulo introdutório.

No segundo Capítulo descrevem-se as características gerais de pavimentos rodoviários flexíveis, misturas betuminosas e mastique betuminoso.

No terceiro Capítulo é feita uma caracterização do comportamento mecânico do mastique betuminoso. São comparados modelos de comportamento de materiais, é descrito o proce-

dimento de determinação da rigidez de betume, e é apresentado o modelo viscoelástico de Burgers. Apresentam-se os principais modelos numéricos existentes dando especial ênfase ao método de elementos discretos e, por fim é feita uma breve referência a outros trabalhos de âmbito de estudo similar.

O quarto Capítulo é dedicado à apresentação e caracterização do programa experimental e avaliação do comportamento mecânico do mastique com base nos resultados experimentais obtidos por Silva (2005).

No Capítulo cinco é aplicado um modelo macroscópico, Modelo de Burgers, ao mastique betuminoso sendo determinados os quatro parâmetros desse mesmo modelo. Esta determinação tem como objectivo a calibração do modelo micromecânico que será apresentado e desenvolvido no Capítulo seis.

No sexto Capítulo são apresentadas considerações do *software* de elementos discretos utilizado na modelação numérica, e de seguida é descrito o procedimento realizado para a determinação dos parâmetros do Modelo de Burgers por análise microscópica, sendo por fim apresentados e discutidos os resultados finais obtidos.

No Capítulo sete apresentam-se as principais conclusões do trabalho e propõem-se possíveis desenvolvimentos futuros.



## Capítulo 2

# Pavimentos rodoviários e misturas betuminosas: conceitos gerais

### 2.1 Introdução

No presente capítulo tecem-se considerações gerais acerca de pavimentos rodoviários e composição dos seus materiais constituintes (misturas betuminosas).

Dependendo da deformabilidade das camadas constituintes e das propriedades dos materiais utilizados, os pavimentos podem classificar-se em três tipos: flexíveis, rígidos e semi-rígidos (Pinto, 2003). A maioria da rede rodoviária nacional e de toda a União Europeia é formada por pavimentos rodoviários flexíveis.

Relativamente aos pavimentos rodoviários flexíveis é apresentada a sua constituição e a função das diversas camadas. Quanto às misturas betuminosas, indica-se a composição, as principais propriedades exigidas e são caracterizados os seus materiais constituintes. Por fim é descrito o mastique betuminoso, sendo estabelecida a comparação entre este e as misturas betuminosas.

### 2.2 Pavimentos rodoviários

Os pavimentos rodoviários flexíveis são constituídos habitualmente pelas seguintes camadas:

- camadas betuminosas
- camadas de materiais granulares

Esquemáticamente, pode observar-se a constituição de um pavimento rodoviário flexível na Figura 2.1.

A constituição apresentada diz respeito a um tipo de pavimento flexível possível, sendo que existem outras configurações. É de notar que, geralmente, as camadas de base betuminosa



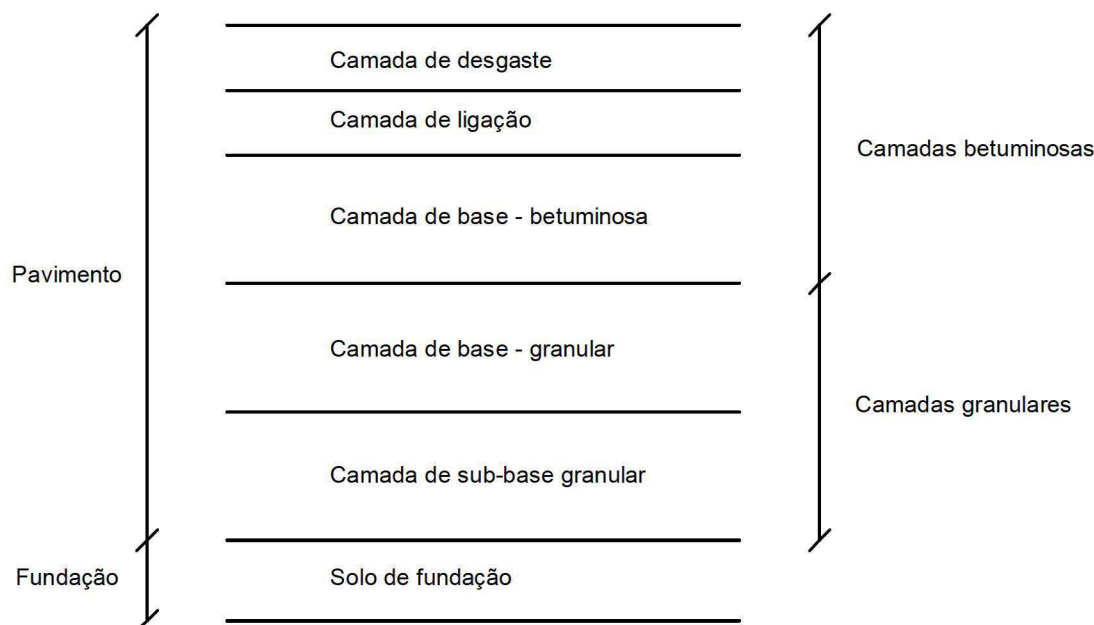


Figura 2.1: Constituição de um pavimento rodoviário flexível

e granular não coexistem num mesmo pavimento (existindo apenas uma base betuminosa) (Silva, 2005).

O número de camadas, a sua espessura e os materiais utilizados num pavimento rodoviário, variam de acordo com as exigências pretendidas (intensidade do tráfego prevista ou localização da estrada).

A camada de desgaste é a camada superior da estrutura do pavimento e tem como função primordial a resistência à acção directa do tráfego e do clima, para além de contribuir para a durabilidade da estrutura, uma vez que protege as camadas subjacentes das acções climáticas. A camada de ligação apresenta uma superfície mais regular. Ambas as camadas referidas (desgaste e ligação) contribuem para a resistência global da estrutura (Silva, 2005). As camadas de base e sub-base são estruturais, e, como tal, têm elevada capacidade de carga (Silva, 2005; InIR, 2009)

A um pavimento requerem-se dois tipos de características: funcionais e estruturais. As exigências funcionais estão relacionadas com a comodidade e segurança de circulação dos utentes. As exigências estruturais, por sua vez, estão relacionadas com a capacidade do pavimento suportar cargas, minimizando as tensões verticais aplicadas ao nível da fundação (Silva, 2005; Branco *et al.*, 2008).

As duas principais acções de degradação dos pavimentos são a solicitação do tráfego e a solicitação dos agentes climáticos (essencialmente a água e a temperatura).

## **2.3 Misturas betuminosas**

As misturas betuminosas são constituídas por agregados, filer, ligante betuminoso e vazios, doseados e misturados numa central de fabrico. De seguida o material é transportado, espalhado e compactado, formando uma camada de pavimento. O seu comportamento depende, fundamentalmente, da sua composição (Silva, 2005; Branco *et al.*, 2008).

Consoante a camada e o tipo de uso, dá-se, respectivamente, maior ênfase às boas características mecânicas ou, por outro lado, à segurança e conforto dos utentes da via. De qualquer forma, devem garantir-se valores mínimos de economia, durabilidade e facilidade de execução (Branco *et al.*, 2008).

Em termos gerais, são exigidas às misturas betuminosas, após a entrada em serviço, propriedades como (Freire, 2004; Branco *et al.*, 2008; Silva, 2005):

- estabilidade - para que o pavimento resista à passagem dos veículos sem que se verifique danificação da rodadura;
- flexibilidade - para que as camadas betuminosas se adaptem a assentamentos graduais das camadas inferiores, sem que ocorra fendilhamento;
- durabilidade - elevada, para resistir ao desgaste causado pelo tráfego e pelas solicitações climáticas;
- resistência ao fendilhamento por fadiga - de forma a minimizar a acção da passagem repetida dos rodados dos veículos;
- impermeabilidade - boa resistência à passagem de ar e de água com vista à protecção das camadas subjacentes.

À camada de desgaste, requerem-se características como (Freire, 2004):

- bom coeficiente de atrito (pneu/pavimento);
- nível de ruído pneu/pavimento dentro dos limites exigidos e boas características ópticas;
- regularidade da superfície de forma a que a circulação seja feita com conforto, economia e segurança;
- macro-textura que permita o escoamento das águas.

Já, durante a fase construtiva, são necessárias (Freire, 2004):

- boa trabalhabilidade;
- preservação das características iniciais;
- facilidade de conservação e possibilidade de reciclagem dos materiais em utilização;



- aderência - com tempo de chuva, é essencial uma boa aderência aos pneus dos veículos, assim como uma boa e rápida drenagem superficial;
- resistência às deformações permanentes.

Para além de todos os agentes externos, climáticos, de tráfego (muitas vezes imprevisíveis) existem materiais prejudiciais ao desempenho e à durabilidade das misturas betuminosas. É o caso de materiais que reagem com a água, materiais de natureza orgânica, materiais com excesso de finos e materiais argilosos (Freire, 2004).

### 2.3.1 Ligantes betuminosos

Nas misturas betuminosas o ligante betuminoso ocupa cerca de 10 a 15% do volume total. Os quatro tipos de ligantes mais utilizados são (Silva, 2005):

- betumes puros;
- emulsões betuminosas;
- betumes fluidificados;
- betumes modificados.

O betume puro é um material adesivo e impermeável à água, obtido por destilação do petróleo bruto. É bastante viscoso e praticamente sólido à temperatura ambiente. Este tipo de betume é, geralmente, classificado através do valor obtido no ensaio de penetração que avalia a viscosidade ou a dureza a determinada temperatura. Os valores de penetração obtidos variam entre 10/20 ( $\times 10^{-1}$  mm) para um betume duro e 180/220 ( $\times 10^{-1}$  mm) para um betume fluido (Silva, 2005; InIR, 2009). Os betumes puros são, preferencialmente, usados em misturas betuminosas a quente, pois a sua viscosidade à temperatura ambiente dificulta o manuseamento e prejudica a trabalhabilidade. São também os betumes mais utilizados.

As emulsões betuminosas são uma mistura de betume, emulsionante e água. O emulsionante tem como função envolver os glóbulos de betume e assim reduzir a tensão entre estes e a água (Silva, 2005; InIR, 2009). Podem ser empregues em misturas betuminosas a frio, em regas de colagem, em regas de impregnação e na estabilização de materiais granulares.

Os betumes fluidificados são obtidos pela junção de um fluidificante a um betume puro para que este fique temporariamente com a viscosidade mais baixa à temperatura ambiente, sendo assim possível produzir misturas betuminosas a temperaturas muito inferiores às conseguidas nos betumes puros. Este tipo de betume é indicado para misturas betuminosas a frio. No entanto, devido a preocupações económicas (elevado custo do fluidificante), ambientais e de saúde pública não tem sido utilizado em Portugal, sendo normalmente substituído por emulsões betuminosas (Silva, 2005; InIR, 2009).

Os betumes puros, as emulsões betuminosas e os betumes fluidificados podem ser modificados através da adição de agentes como elastómeros e plastómeros que melhoram as características



do betume, e os tornam betumes modificados (Silva, 2005).

A caracterização dos betumes puros pode ser feita através de vários ensaios, sendo a penetração do betume a 25°C e a determinação da temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola dos mais importantes, e por isso far-se-á, de seguida, uma breve descrição de ambos.

### Ensaio de penetração a 25°C

O ensaio de penetração permite determinar de forma indirecta a viscosidade do betume. Neste ensaio, mede-se a profundidade, em décimos de milímetro, de penetração de uma agulha de 100 gramas, numa amostra de betume, durante 5 segundos, a 25°C, (Figura 2.2). Em cada ensaio fazem-se, geralmente, três medições da penetração, considerando-se a média dos três. (Silva, 2005; Branco *et al.*, 2008)

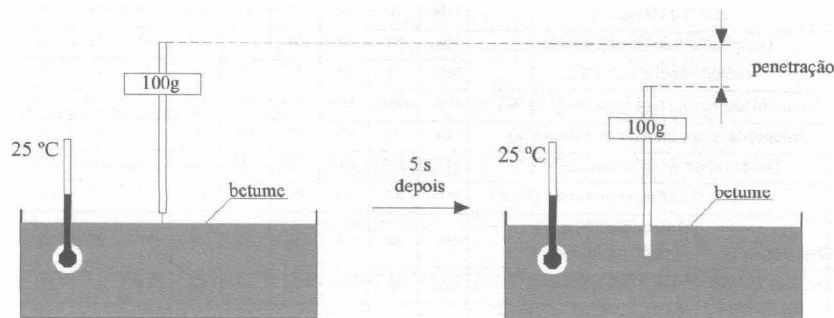


Figura 2.2: Ensaio de penetração a 25°C (pen25) (Branco *et al.*, 2008)

### Ensaio de determinação da temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola

O ensaio de determinação da temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola permite classificar o comportamento do betume a altas temperaturas. Consiste na determinação da temperatura de amolecimento, necessária para que um provete de betume submetido a um aquecimento progressivo (5°C/minuto) e ao peso de uma esfera de aço atinja uma consistência que leve ao seu escoamento através do anel metálico, até uma deformação especificada (Figura 2.3) (Silva, 2005; Branco *et al.*, 2008).

### 2.3.2 Agregados

Os agregados constituem a maior parte de uma mistura betuminosa, cerca de 75% a 85% do volume total. Podem ser rochas sedimentares, ígneas ou metamórficas. Quanto à origem, podem ter origem natural (ex: areias de rios), podem ser processados (britados) ou artificiais (ex: obtido da demolição de edifícios) (Silva, 2005).

Com vista à classificação das propriedades geométricas, físicas e mecânicas dos agregados realizam-se diversos ensaios. Um dos ensaios mais relevantes é a análise granulométrica, uma vez que a granulometria dos agregados é uma das principais características que influenciam

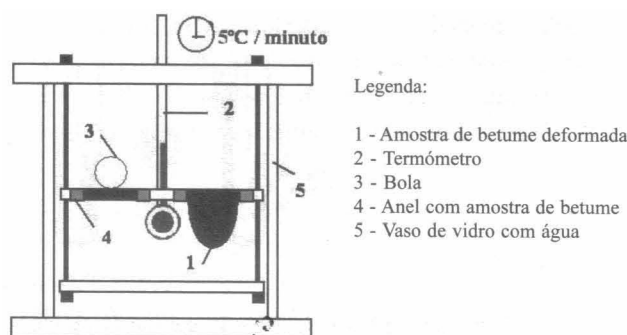


Figura 2.3: Ensaio de determinação do ponto de amolecimento pelo método de anel e bola (TAB) (Branco *et al.*, 2008)

o comportamento das misturas betuminosas.

### Análise Granulométrica

A granulometria dos agregados é determinada através da peneiração destes, seguida da pesagem da fracção retida em cada peneiro.

#### 2.3.3 Vazios

Os vazios desempenham também uma função importante nas misturas betuminosas. Quando o volume de vazios é baixo (inferior a 3%), ocorrem problemas de estabilidade da mistura e há uma grande tendência para a ocorrência de deformações permanentes e para a exsudação do ligante. Por outro lado, se o volume de vazios for elevado, a mistura betuminosa é mais permeável, e tem durabilidade e resistência às deformações permanentes inferior (Silva, 2005).

#### 2.3.4 Mastique betuminoso

O mastique betuminoso é uma mistura de filler, agregados finos e betume, e tem uma influência muito significativa no comportamento das misturas betuminosas. A Figura 2.4 resume a composição das misturas betuminosas e do mastique, de forma a clarificar as diferenças e semelhanças entre os dois.

O mastique betuminoso pode ser considerado parte de uma mistura betuminosa, uma vez que é o material que envolve e se liga aos agregados grossos da mesma. Assim, uma melhoria na qualidade do mastique, implica necessariamente uma melhoria nas propriedades mecânicas da mistura betuminosa.

Silva (2005) definiu o mastique betuminoso como “...o material que envolve e adere aos agregados grossos numa mistura betuminosa.” Refere também que o mastique betuminoso tem como função ligar e envolver os agregados grossos assim como preencher os vazios existentes

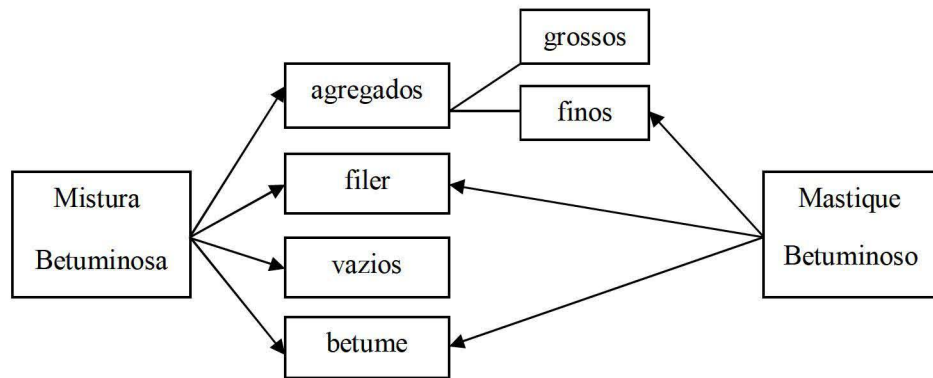


Figura 2.4: Composição das misturas betuminosas e do mastic betuminoso

conferindo, compacidade, impermeabilidade e trabalhabilidade às misturas betuminosas.

Silva (2005), referindo Curtis, assume que a perda de ligação entre os agregados e o mastic pode ocorrer devido a uma reduzida resistência do mastic.

O fíler desempenha um papel importantíssimo nas propriedades e no comportamento das misturas betuminosas. Por um lado, é um material inerte que preenche os vazios entre os agregados grossos da mistura, por outro lado, sendo um material muito fino, é um material activo, o que se manifesta nas propriedades de ligação entre o fíler e o betume (Silva, 2005).

O fíler tem uma influência clara no comportamento do mastic, e, por conseguinte em algumas propriedades das misturas betuminosas. Tais como (Silva, 2005):

- comportamento mecânico;
- teor óptimo em betume;
- durabilidade;
- trabalhabilidade.

### Ligação agregado-mastic

A ligação agregado-mastic é a capacidade do mastic se ligar aos agregados e se manter ligado aos mesmos em diversas condições de serviço (Silva, 2005).

Os dois principais factores que influenciam a ligação agregado-mastic são o envelhecimento do betume e a presença de água nas misturas betuminosas (Silva, 2005).

Silva (2005), mencionando Scholz, indica que a perda de ligação entre o mastic e os agregados leva a uma desagregação das misturas betuminosas e causa uma diminuição da rigidez e da resistência à fadiga e às deformações permanentes.





## Capítulo 3

# Comportamento mecânico do mastique betuminoso

### 3.1 Introdução

Neste Capítulo é feita a caracterização do comportamento mecânico do mastique betuminoso. O modelo utilizado para descrever o comportamento do mastique no presente trabalho foi um modelo viscoelástico linear, que se apresenta na secção seguinte, bem como os modelos mais simples, elástico e viscoso.

Nas restantes secções é definido o conceito de rigidez de betume, é caracterizado o modelo viscoelástico de Burgers e por fim são apresentados modelos numéricos micromecânicos, dando maior relevância ao método de elementos discretos.

### 3.2 Modelos de comportamento dos materiais

#### Material elástico

Um material perfeitamente elástico segue a lei de Hooke: a tensão aplicada ( $\varepsilon$ ) é directamente proporcional à extensão ( $\sigma$ ), sendo que o módulo de elasticidade ou módulo de Young ( $E$ ) é a constante de proporcionalidade entre as duas grandezas ( $\sigma/\varepsilon$ ). Pode ser simulado por uma força aplicada a uma mola. A deformação linear da mola aumenta proporcionalmente ao aumento da força. Uma vez retirada a força, a mola recupera totalmente a sua configuração (e dimensão) inicial, sofrendo assim uma deformação reversível.

#### Material viscoso

Para um material com comportamento viscoso, é comum utilizar-se um amortecedor viscoso como modelo físico. Trata-se de um cilindro que contém um líquido no qual se desloca um êmbolo com uma pequena abertura; aquando da aplicação de uma força no êmbolo, o líquido passa através da abertura com um caudal que depende da pressão exercida na parte inferior

do êmbolo. Quanto maior for a força, maior será a pressão, o caudal e a velocidade de deslocamento do êmbolo; a velocidade é directamente proporcional à tensão exercida na superfície de contacto (a constante de proporcionalidade é a viscosidade do líquido) (Branco *et al.*, 2008).

#### Material viscoelástico

Num material viscoelástico a elasticidade é dependente do factor tempo (Abbas, 2004; Lee, 2006).

Segundo Abbas (2004) e Vale (2004), a viscoelasticidade linear rege-se por dois princípios: o da proporcionalidade e o da sobreposição de Boltzmann. O princípio da sobreposição é válido apenas para deformações pequenas que não influenciem consideravelmente a acção das forças externas. Este princípio diz que a deformação resultante de solicitações (tensões) aplicadas em diferentes instantes de tempo, é igual à soma das deformações de cada solicitação. Pelo princípio da proporcionalidade, uma alteração na tensão aplicada é proporcional à alteração na deformação resultante correspondente.

A descrição do comportamento de materiais betuminosos por modelos viscoelásticos remonta a 1954, quando Van der Poel introduziu o conceito de rigidez de betume das misturas betuminosas (apresentado na secção seguinte); sendo esta dependente da temperatura e da frequência de carregamento (Lee, 2006). Desde então, modelos viscoelásticos têm sido bastante utilizados no estudo de materiais betuminosos pela sua aproximação ao comportamento real.

Consoante a resposta ao estímulo mecânico, os materiais podem ser classificados em vários tipos de comportamento. Na Figura 3.1 apresenta-se uma comparação entre três tipos de comportamento: elástico, viscoso e viscoelástico. É aplicada uma tensão constante a um material num intervalo de tempo definido e são reproduzidas as deformações ocorridas ao longo do tempo para cada um dos modelos de comportamentos.

### 3.3 Rigidez do betume

Como referido na secção anterior, o conceito de rigidez do betume foi apresentado pela primeira vez por Van der Poel. Com a utilização do ábaco de Van der Poel (Figura 3.2) é possível estimar o módulo de rigidez do betume (em  $\text{N/m}^2$ ), através da frequência (em Hz), da diferença entre o ponto de amolecimento pelo método de anel e bola e da temperatura a que se encontra o material, e do índice de penetração.

É então necessário determinar primeiramente o índice de penetração (IPen). Este índice é calculado a partir dos valores obtidos no ensaio de penetração (em décimo de mm) e no ensaio de determinação do ponto de amolecimento pelo método de anel e bola (em  $^{\circ}\text{C}$ ) (descritos no Capítulo 2).

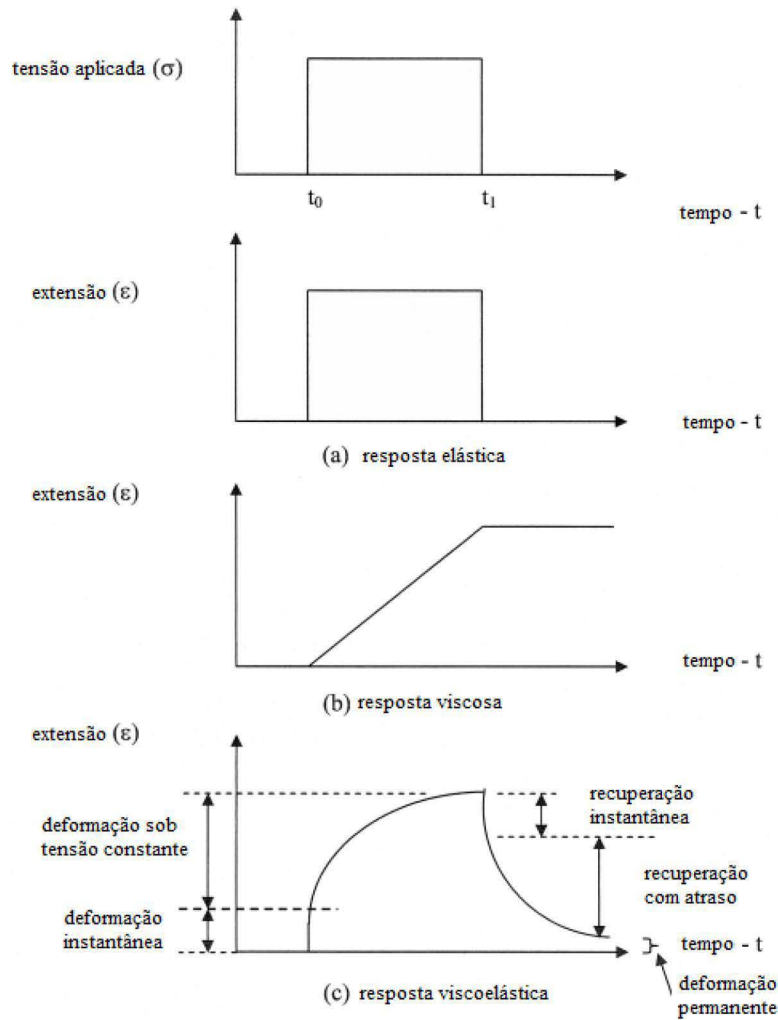


Figura 3.1: Resposta elástica, viscosa e viscoelástica a uma aplicação de tensão constante (adaptado de Abbas, 2004)

Diversos autores propuseram expressões para o cálculo do índice de penetração, uma das quais é a expressão (3.1) desenvolvida por Pfeiffer e Van Dormal (Branco *et al.*, 2008).

$$IPen = \frac{20 \times Tab + 500 \times \log(pen25) - 1955,55}{Tab - 50 \times \log(pen25) + 120,15} \quad (3.1)$$

Em que:

$IPen$  - índice de penetração do betume;

$Tab$  - temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola ( $^{\circ}C$ );

$pen25$  - penetração ( $10^{-1}mm$ ) do betume a  $25^{\circ}C$ .

Uma vez que a utilização do ábaco pode não ser um procedimento expedito, e pode também existir dificuldade na determinação do valor da rigidez do betume com precisão, alguns autores propuseram expressões matemáticas baseadas no ábaco de Van der Poel, que serão



### Capítulo 3. Comportamento mecânico do mastique betuminoso

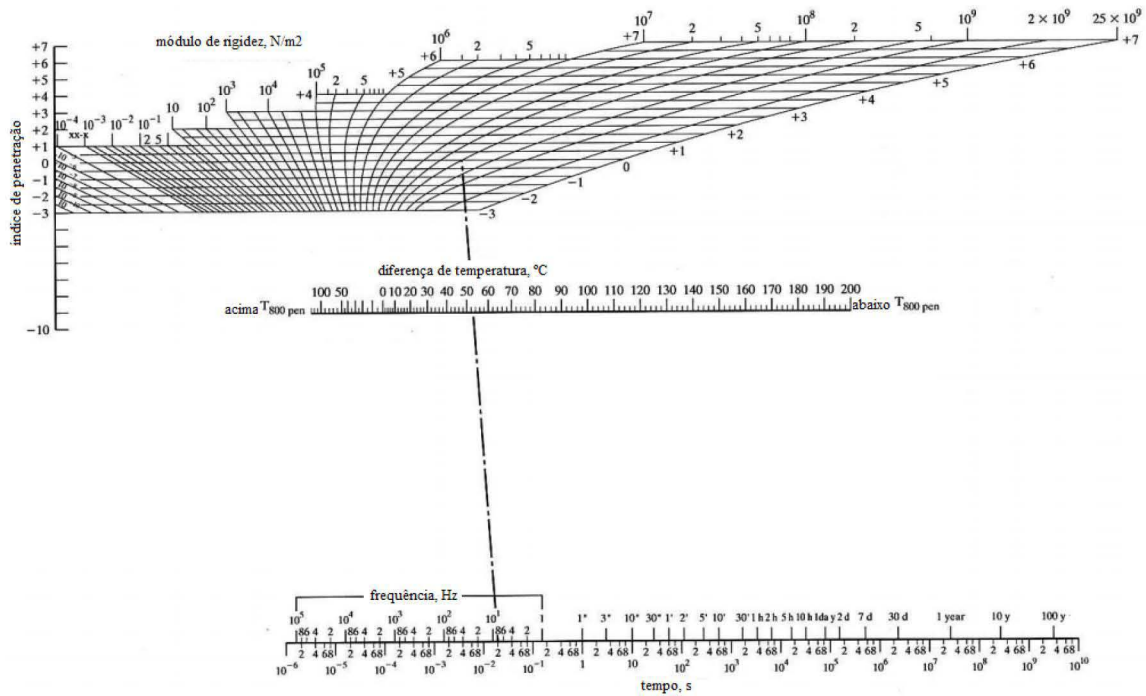


Figura 3.2: Ábaco de Van der Poel para a determinação da rigidez do betume (adaptado de Demirci, 2010)

referidas de seguida.

A expressão (3.2) foi obtida por Ullidtz e Peattie (Branco *et al.*, 2008).

$$S_b = 1,157 \times 10^{-7} \cdot t_c^{-0,368} \cdot 2,718^{-IP_{Pen}} \cdot (T_{ab} - T)^5 \quad (3.2)$$

Em que:

$S_b$  - rigidez do betume (MPa);

$t_c$  - tempo de carregamento (s);

$T$  - temperatura de serviço (°C);

$T_{ab}$  - temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola (°C).

Esta expressão (3.2) só é válida para:

- $20^\circ\text{C} \leq (T_{ab} - T) \leq 60^\circ\text{C}$ ;
- $0,01\text{s} \leq t \leq 0,1\text{s}$ ;
- $-1 \leq IP_{Pen} \leq 1$ .

A expressão (3.3) foi obtida por Molenaar (Groenendijk, 1998).

$$\begin{aligned} \log(Sb) = & -1,00972 - 0,11485(T - Tab) - 0,38423IPen - 0,94259\log(tc) \\ & - 0,0879(T - Tab)\log(tc) - 0,05643IPen\log(tc) - 0,02915(\log(tc))^2 \\ & - 0,51873 \cdot 10^{-3}(T - Tab)^2 + 0,00113IPen^3 \cdot \\ & (T - Tab) - 0,01403(IPen \cdot (T - Tab))^3 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Esta expressão (3.3) é válida para:

- $1 < Sb < 2000$  MPa;
- $10^{-2}s < tc < 10^5s$ ;
- $-1,5 < IPen < 2,0$ ;
- $-100^\circ C < (T - Tab) < 50^\circ C$ .

A expressão (3.4) foi desenvolvida por Shahin (Vale, 2004) e é, também ela, usada para o cálculo da rigidez do betume,  $Sb$  ( $10^{-1}$  MPa).

$$\begin{aligned} \log(Sb) = & -1,35927 - 0,06743 \cdot Tab - 0,90251 \cdot \log(tc) + 0,00038 \cdot Tab^2 \\ & - 0,00138 \cdot Tab \cdot \log(tc) + 0,00661 \cdot IPen \cdot Tab \end{aligned} \quad (3.4)$$

A expressão (3.4) é válida para:

- $10^{-8} < Sb < 1$  MPa.

## 3.4 Modelo de Burgers

Considera-se, de uma forma geral, que os materiais constituintes dos pavimentos rodoviários seguem modelos de comportamento não-lineares, que podem ser simplificados por modelos físicos simples.

O modelo de Burgers é um modelo viscoelástico bastante utilizado no estudo do comportamento de misturas betuminosas de pavimentos flexíveis, por traduzir de forma aproximada o comportamento destas. Consiste na combinação em série de dois modelos, o Modelo de Maxwell e o Modelo de Kelvin, e é constituído por duas molas de módulo de deformabilidade  $K_1$  e  $K_2$  e por dois amortecedores de viscosidade  $C_1$  e  $C_2$ .

O modelo de Maxwell é constituído por uma mola e um amortecedor dispostos em série, e tem a representação indicada na Figura 3.3.



Figura 3.3: Modelo de Maxwell

A extensão total no Modelo de Maxwell, sob tensão constante, é a soma das extensões da mola e do amortecedor, e é descrita pela expressão (3.5). Se ao modelo for aplicada uma tensão instantânea, a mola deforma-se instantaneamente; no entanto, se a extensão for mantida constante, a tensão vai relaxando progressivamente até zero. O tempo de relaxação ( $T_1$ ) é o tempo necessário para que a tensão se reduza até 36,8% do seu valor inicial (Branco *et al.*, 2008).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{K_1} + \frac{\sigma \cdot t}{C_1} = \frac{\sigma}{K_1} \left( 1 + \frac{t}{T_1} \right) \quad (3.5)$$

Em que:

$\sigma$  - tensão;

$\varepsilon$  - extensão;

$C_1$  - viscosidade do elemento Maxwell;

$K_1$  - rigidez do elemento Maxwell;

$t$  - tempo;

$T_1$  - tempo de relaxação ( $T_1 = C_1/K_1$ ).

O modelo de Kelvin é constituído por uma mola e um amortecedor em paralelo, e tem a representação indicada na Figura 3.4. Neste modelo a mola e o amortecedor estão sujeitos à mesma extensão, e a tensão é o somatório das tensões de cada elemento (expressão (3.6) Branco *et al.*, 2008).

$$\sigma = K_2 \cdot \varepsilon + C_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (3.6)$$

Em que:

$C_2$  - viscosidade do elemento Kelvin;

$K_2$  - rigidez do elemento Kelvin.

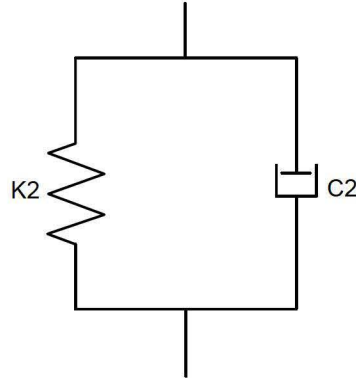


Figura 3.4: Modelo de Kelvin

Aplicando uma tensão constante, a extensão total do Modelo de Kelvin é calculada pela expressão (3.7). O tempo de atraso ( $T_2$ ) é o tempo requerido até que a extensão seja 63,2% da extensão total (atingida para um tempo infinito) (Branco *et al.*, 2008).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{K_2} \cdot \left[ 1 - e^{\left(-\frac{t}{T_2}\right)} \right] \quad (3.7)$$

Em que:

$T_2$  - tempo de atraso ( $T_2 = C_2/K_2$ ).

Finalmente, o modelo de Burgers, sendo uma composição dos dois modelos até aqui descritos, tem a representação indicada na Figura 3.5.

A função de deformação, no modelo de Burgers, corresponde ao somatório das contribuições dos modelos de Kelvin e Maxwell. A extensão total, sob tensão constante, é descrita pela expressão (3.8) que é composta por três parcelas (Figura 3.6) uma de extensão instantânea, uma de extensão retardada (de atraso), e uma extensão de viscosidade (Vale, 2004; Branco *et al.*, 2008).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{K_1} \left( 1 + \frac{t}{T_1} \right) + \frac{\sigma}{K_2} \left[ 1 - e^{\left(-\frac{t}{T_2}\right)} \right] \quad (3.8)$$

De acordo com Branco *et al.* (2008), com a aplicação de uma força única predominam a extensão instantânea e a extensão retardada, enquanto para um elevado número de repetições de carga, a acumulação de extensão viscosa é a causa que mais contribui para a deformação permanente nas misturas betuminosas.

Na Figura 3.7 faz-se a comparação da extensão dos modelos de Maxwell, Kelvin e Burgers para um mesmo carregamento, com tensão constante  $\sigma$  aplicada entre  $t_0$  e  $t_1$  (Micaelo, 2008).



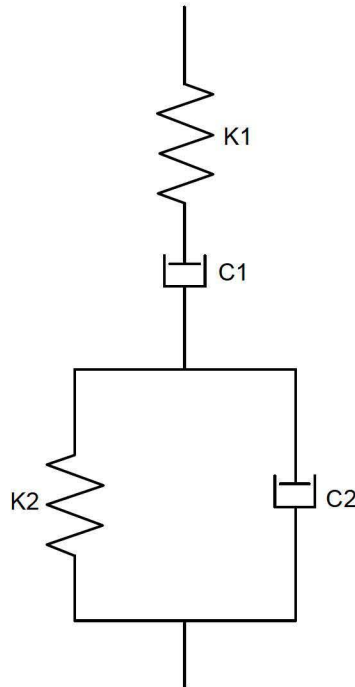


Figura 3.5: Modelo de Burgers

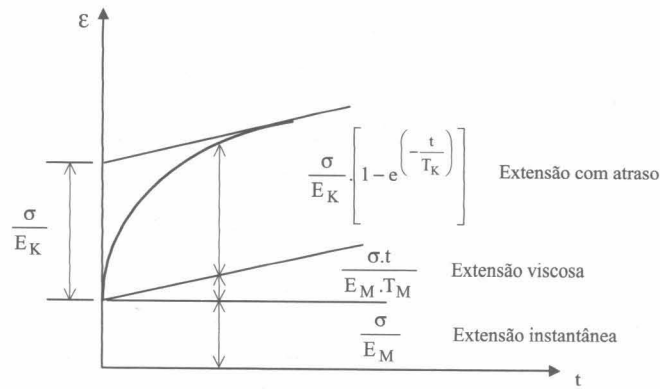


Figura 3.6: Componentes de extensão pelo Modelo de Burgers (Branco *et al.*, 2008)

A determinação dos parâmetros do Modelo de Burgers pode ser feita através de expressões empíricas ou de ensaios laboratoriais.

O parâmetro  $K_1$  contribui para as deformações instantâneas,  $C_1$  para as deformações permanentes,  $K_2$  e  $C_2$  para a deformação reversível retardada (Vale, 2004).

Gerritsen realizou diversos estudos e concluiu que em misturas betuminosas  $K_1$  é o parâmetro que mais influencia o comportamento do Modelo de Burgers a temperaturas entre 0°C e 10°C, enquanto  $C_2$  é o que melhor descreve o modelo a temperaturas entre 20°C e 30°C.

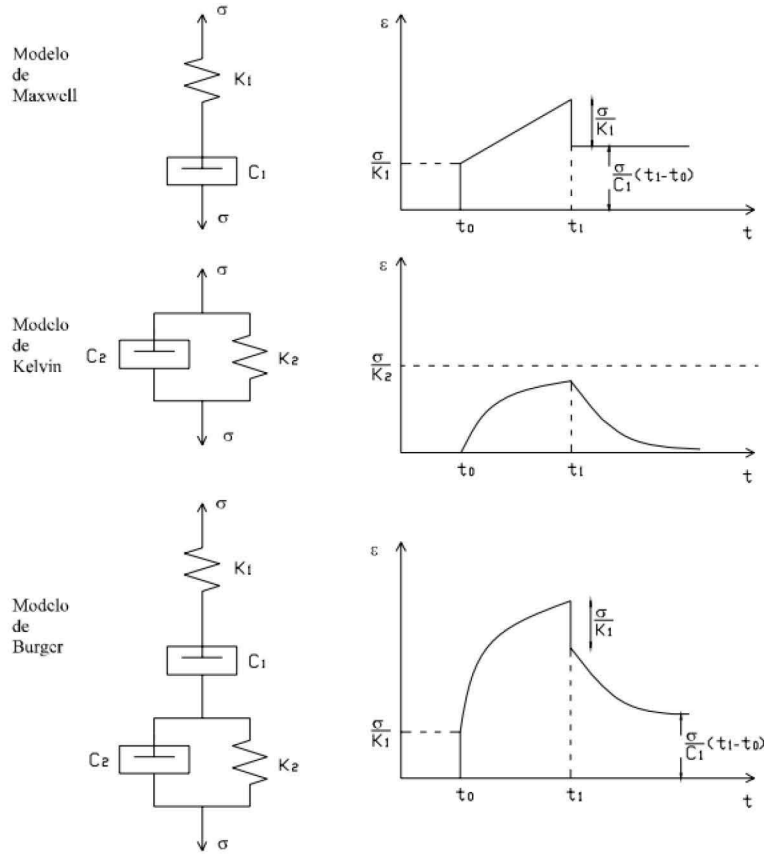


Figura 3.7: Extensão do modelo de Maxwell, Kelvin e Burgers para uma tensão constante aplicada no intervalo de tempo  $(t_i - t_0)$  (Micaelo, 2008)

Concluiu também que  $C_1$  e  $K_2$  são os parâmetros menos relevantes na caracterização do comportamento viscoelástico de misturas betuminosas (Vale, 2004).

Relativamente à obtenção dos parâmetros do modelo através de ensaios laboratoriais impõe-se a necessidade de realização de ensaios cíclicos para obtenção dos valores do módulo complexo ( $E^*$ ) e do ângulo de fase ( $\phi$ ) para várias temperaturas e frequências. A partir destes é então possível determinar os parâmetros para a caracterização mecânica do material (Vale, 2004).

### 3.5 Métodos numéricos

A utilização de modelação numérica em estudos de engenharia tem crescido consideravelmente nos últimos anos, por um lado graças à maior disponibilidade de equipamento (computadores) e por outro pelos reconhecidos benefícios que apresenta. A sua utilização comparativamente à realização de ensaios tradicionais (em laboratório ou à escala real) permite reduzir custos e aumentar a rapidez das análises.

No que toca ao estudo de pavimentos rodoviários, mais concretamente de misturas betuminosas, a modelação numérica apresenta vastos benefícios, tais como a consideração da resposta microestrutural e da heterogeneidade do material (Silva, 2005). No presente trabalho procurou-se modelar o comportamento micromecânico dos mastiques betuminosos.

Na modelação numérica os materiais são discretizados em malhas de elementos finitos ou discretos, que podem ser mais ou menos "apertadas" consoante a complexidade do problema e o tipo de análise pretendido.

Existe uma distinção entre modelos de base contínua e de base discreta. Nos modelos de base contínua simula-se a resposta macroscópica dos materiais pela aplicação de modelos constitutivos globais; já nos modelos de base discreta é possível simular as propriedades individuais de cada constituinte e suas interacções, e assim prever as propriedades fundamentais dos materiais.

Aplicando a análise de base discreta, por exemplo, às misturas betuminosas, é possível separar as partículas de betume, agregados e vazios, tendo cada um destes elementos características distintas.

Os modelos de base discreta, ou modelos micromecânicos, existentes são:

- Método de elementos finitos (MEF);
- Método de elementos de treliça (MET);
- Método de elementos discretos (MED).

Cada um dos modelos referidos apresenta vantagens e limitações; a decisão de utilização de um em detrimento de outro reside no objectivo de aplicação pretendido.

#### 3.5.1 Método de elementos finitos (MEF)

O método de elementos finitos teve a sua origem na década de 50, surgindo como uma forte ferramenta para a solução de problemas matemáticos, físicos e de engenharia. Cook *et al.* (1989) foi um dos autores que compilou os conceitos e aplicações deste método, que consiste na discretização do material num conjunto de elementos que formam uma malha (com maior ou menor abertura) e se ligam entre si em vários pontos, os nós. Quanto mais fina for a malha, melhor e mais aproximada da realidade será a representação do material.

Segundo Vale (2004) este método tem vantagens como a possibilidade de analisar a resposta tanto estática como dinâmica; a possibilidade de considerar modelos estruturais elaborados (por exemplo com descontinuidades), modelos materiais mais complexos (por exemplo não lineares para os materiais granulares e viscoelásticos para os materiais ligantes), e modelos de carga distintos (como carga móvel ou carga com distribuição em função do tempo).



O método de elementos finitos apresenta no entanto algumas desvantagens. O material é considerado contínuo e homogéneo, o que no caso de misturas e mastiques betuminosos não traduz a realidade (Vale, 2004). Uma outra importante desvantagem reside na complexidade em simular a alteração de geometria dos contactos entre partículas durante o ensaio de carregamento.

#### 3.5.2 Método de elementos de treliça (MET)

O método de elementos de treliça teve origem no método de elementos finitos e começou por ser um modelo teórico. Foi pela primeira vez aplicado a um problema clássico de elasticidade por Hrennikoff (1941), que utilizou uma treliça triangular regular. Na modelação em MET existe uma aproximação a um elemento contínuo utilizando uma treliça. Esta ligação pode ser quebrada durante o carregamento formando uma descontinuidade (Silva, 2005).

A modelação de elementos de treliça é mais simples que a de elementos finitos, e o tempo de cálculo para malhas muito refinadas é francamente inferior. Silva (2005) defende que a modelação com treliça é vantajosa no estudo do fendilhamento de misturas betuminosas.

#### 3.5.3 Método de elementos discretos (MED)

O método de elementos discretos é uma poderosa ferramenta de cálculo, que possibilita a resolução de problemas de engenharia através da modelação de um sistema de partículas discretas (rígidas ou deformáveis) que interagem entre si e que estão sujeitas a solicitações (movimentos e deformações). É um processo numérico com capacidade de descrever o comportamento mecânico de assembleias de partículas (discos ou esferas) (Lee, 2006).

A utilização do MED tem crescido consideravelmente devido à elevada capacidade de resolução de problemas complexos com êxito.

Este método foi introduzido por Cundall no artigo: *"A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems"*, *Proceedings of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics (1971)*. Em 1979 foi desenvolvido e aplicado por Cundall e Strack na análise de solos, tendo sido posteriormente adaptado ao estudo de problemas diversos.

O método de elementos discretos evoluiu não só para análises a duas dimensões como também a três dimensões, tendo Cundall em 1988 apresentado o primeiro modelo tridimensional (Abbas, 2004). Na presente dissertação a análise será feita a duas dimensões.

Até ao fim do século XX o método de elementos discretos foi muito utilizado em mecânica de rochas e solos, o que se deve ao facto dos pioneiros no método terem a geotecnia como principal área de investigação.

### Capítulo 3. Comportamento mecânico do mastique betuminoso

No MED, a interacção das partículas é tratada como um processo dinâmico com estados de equilíbrio que se desenvolvem mantendo sempre o equilíbrio das forças internas, Itasca Consulting Group (2004). Simplificadamente, consiste na discretização do material numa série de pequenos elementos rígidos que interagem através de contactos deformáveis, sendo possível que durante o carregamento estes se formem e rompam sucessivamente.

Os cálculos realizados no MED baseiam-se na aplicação da lei do movimento, segunda lei de Newton, às partículas; e na aplicação da lei da força-deslocamento aos contactos. A segunda lei de Newton é usada para determinar o movimento e a nova posição de cada partícula, sendo as forças actuates conhecidas. A lei da força-deslocamento é utilizada para relacionar o conjunto de forças que actuam em cada corpo com o movimento relativo do corpo em relação aos corpos vizinhos (Itasca Consulting Group, 2004 e Azevedo, 2003).

O ciclo genérico de cálculo é apresentado na Figura 3.8. Este é baseado num esquema de equilíbrio local em que o movimento de cada corpo é definido com o somatório das forças nos contactos.

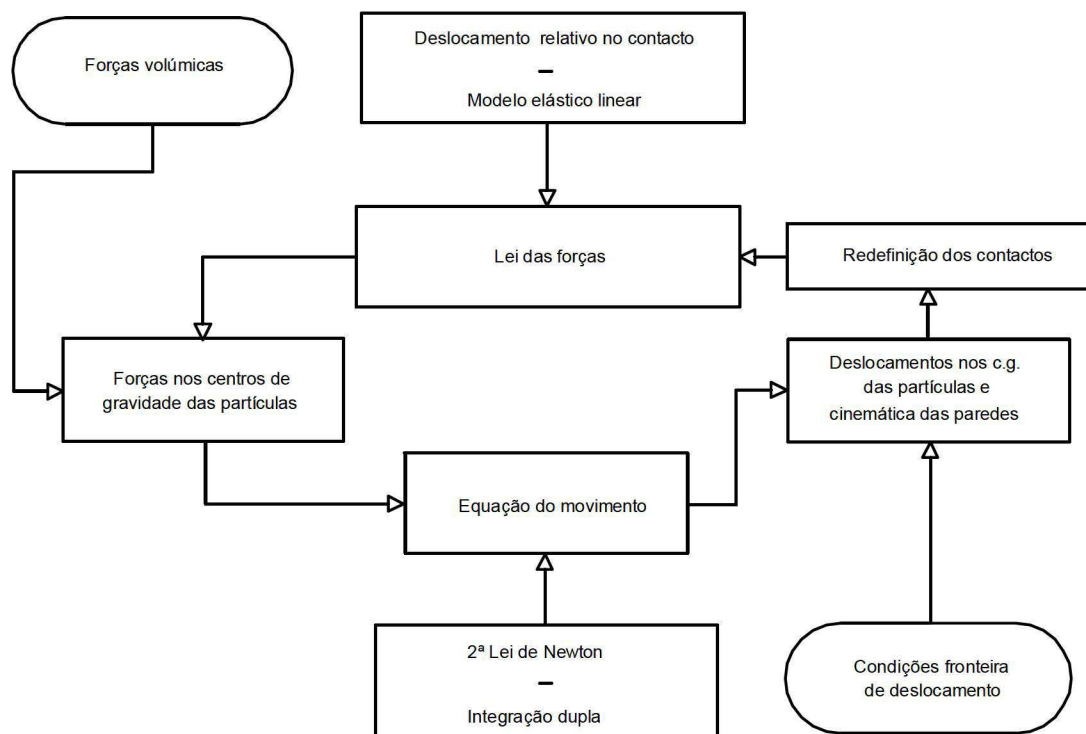


Figura 3.8: Ciclo genérico de cálculo (Adaptado de Azevedo, 2003)

Vale (2004) refere que este método apresenta como principal vantagem a possibilidade de considerar o carácter descontínuo dos materiais (útil para materiais betuminosos).

Relativamente às desvantagens, Micaelo (2008) indica que uma das principais limitações apontadas ao método de elementos discretos é a definição da geometria, das propriedades e



das condições de fronteira, que não é tão simples como no método de elementos finitos. Vale (2004) indica a complexidade do modelo e o elevado tempo computacional como principais desvantagens.

### 3.5.4 Revisão de trabalhos de modelação micromecânica de misturas betuminosas e mastiques betuminosos

Nesta secção serão apresentados, por ordem cronológica, alguns estudos de âmbito similar ao do presente trabalho.

You (2003) estudou o comportamento de misturas betuminosas. Obteve imagens de alta resolução óptica para estudar a microestrutura da mistura betuminosa e para usar como referência na criação da assembleia no modelo numérico.

Utilizou um modelo de elementos discretos a duas dimensões para prever o módulo de rigidez de uma mistura betuminosa sujeita a um carregamento ao longo do tempo, para uma gama de frequências definida.

Obteve bons resultados para os ensaios realizados em misturas de granulometria grossa. Já para misturas finas obteve módulos de rigidez muito inferiores aos obtidos laboratorialmente, em parte devido ao facto das imagens terem uma representação menos aproximada das misturas finas reais.

Na Figura 3.9 são comparados os valores obtidos nos ensaios laboratoriais com os valores previstos pelo modelo desenvolvido, verificando-se que são bastante próximos e que os valores medidos são tendencialmente inferiores aos previstos.

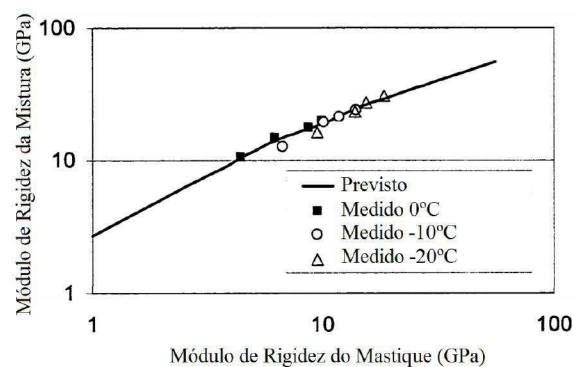


Figura 3.9: Comparação entre os resultados obtidos em laboratório e os resultados previstos com o modelo de elementos discretos (You, 2003)

Abbas (2004) estudou o comportamento do mastique betuminoso e de misturas betuminosas tendo comparado resultados laboratoriais e resultados obtidos por um modelo de elementos discretos a duas dimensões. Definiu o mastique como uma mistura de filer e betume

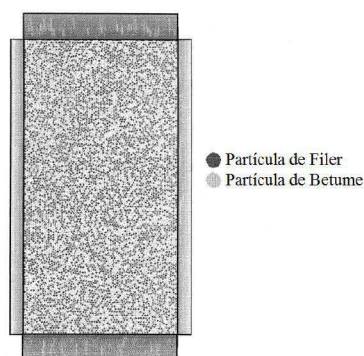


Figura 3.10: Modelo de elementos discretos do mastique betuminoso (sendo 52% constituído por filer) (Abbas, 2004)

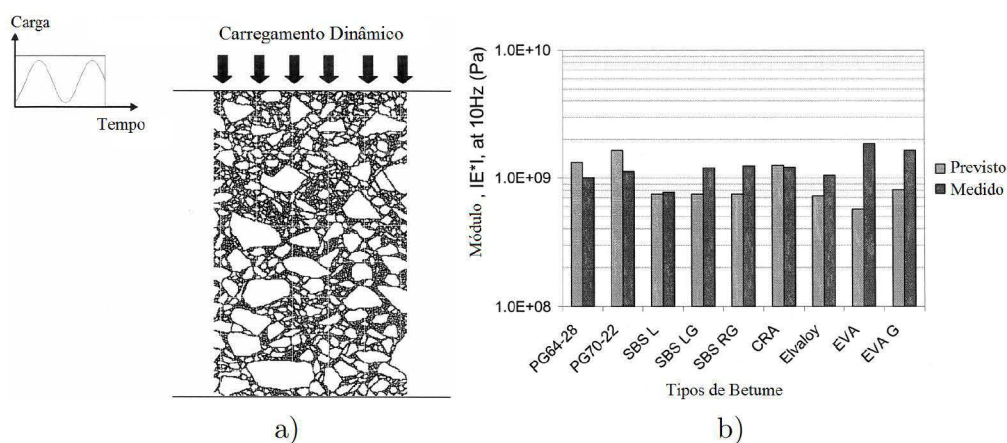


Figura 3.11: Modelo de elementos discretos da mistura betuminosa sujeita a uma carga dinâmica a), comparação entre os resultados previstos e medidos para misturas betuminosas com diferentes tipos de betume b) (Abbas, 2004)

(ver Figura 3.10) e determinou os parâmetros do modelo de Burgers para vários betumes e mastiques, a diferentes temperaturas e frequências de carregamento, tendo verificado que o comportamento destes materiais é fortemente dependente da temperatura e das condições de carga. O autor estudou também o aumento da rigidez do mastique com a variação das percentagens de filer e betume.

Relativamente às misturas betuminosas, estudou a elevada sensibilidade às variações de temperatura, tendo usado imagens de alta resolução para reproduzir os provetes a altas temperaturas. O modelo estudado para as misturas betuminosas é semelhante ao usado para os mastiques, sendo assim passíveis de comparação. Na Figura 3.11 é apresentado o modelo de elementos discretos da mistura betuminosa a altas temperaturas (a) e é igualmente apresentado um gráfico onde são comparados os resultados do módulo dinâmico previstos e medidos para misturas betuminosas com diferentes tipos de betumes (b).

Silva (2005) estudou o comportamento de misturas betuminosas recorrendo à caracterização dos seus componentes, mais concretamente do mastique betuminoso e da ligação agregado-



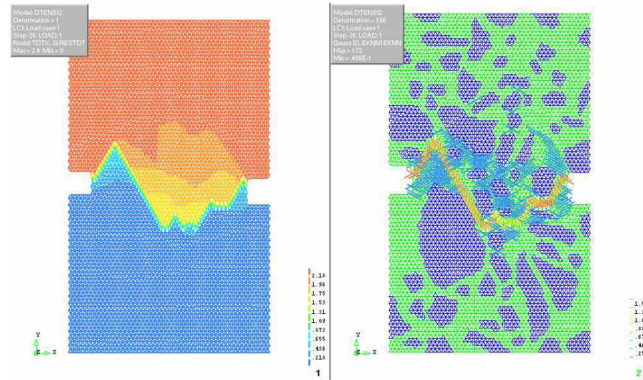


Figura 3.12: Deformada e padrão de fendilhamento previsto para uma mistura betuminosa submetida ao ensaio de tracção a velocidade moderada (Silva, 2005)

mastique. Desenvolveu também um modelo microestrutural heterogéneo de elementos de treliça, com base nas características fundamentais (do mastique e da ligação agregado-mastique), de forma a efectuar uma previsão do comportamento das misturas betuminosas, tendo estudado a distribuição de tensões e extensões, bem como o fendilhamento. Na Figura 3.12 observa-se a deformada e o padrão de fendilhamento previsto para uma mistura betuminosa submetida ao ensaio de tracção.

Como principais conclusões apresentou o facto de o mastique influenciar significativamente o comportamento das misturas betuminosas, ao contrário da ligação agregado-mastique que se revelou menos preponderante. O referido autor verificou também uma melhoria nas características das misturas para um betume mais duro, filler calcário e para betumes submetidos a envelhecimento inicial antes da compactação das misturas.

Lee (2006) aplicou um modelo de elementos discretos a três dimensões (em PFC<sup>3D</sup>) ao estudo de uma mistura betuminosa submetida aos ensaios de compressão uniaxial e triaxial. Simulou partículas esféricas de raio igual com elevado teor em betume, de forma a reduzir os complexos efeitos da ligação entre agregados e tentando obter uma assembleia isotrópica. Assumiu um modelo de contacto elástico para a rigidez de compressão normal e um modelo de contacto viscoelástico (modelo de Burgers) para a rigidez de corte e para a rigidez de tracção.

Estudou o efeito da rigidez de contacto normal e de corte na dilatação de uma mistura betuminosa. Foram também realizadas simulações com o intuito de estudar o efeito do formato da partícula na dilatação de uma mistura betuminosa. A maior dilatação verificou-se para a simulação de elementos “CLUMP” (aglomerado de partículas esféricas que actuam como um corpo rígido) sujeitos ao carregamento.

Concluiu que o modelo de contacto de Burgers descreve adequadamente o comportamento de misturas betuminosas correntes. Na Figura 3.13 é apresentado um dos modelos de elementos discretos a três dimensões desenvolvidos por Lee.

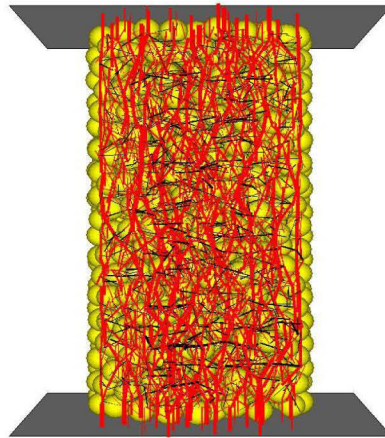


Figura 3.13: Distribuição das forças de contacto (compressão a encarnado e tracção a preto) num provete de uma mistura betuminosa com 4500 partículas (Lee, 2006)

Quadro 3.1: Resumo de estudos em modelos numéricos aplicados à caracterização mecânica

You (2003)	2D	Método de elementos discretos	misturas betuminosas
Abbas (2004)	2D	Método de elementos discretos	misturas betuminosas e mastiques betuminosos
Silva (2005)	2D	Método de elementos de treliça	misturas betuminosas e mastiques betuminosos
Lee (2006)	3D	Método de elementos discretos	misturas betuminosas

Comparando os trabalhos referidos (Quadro 3.1) é possível observar-se que a maioria foi realizado recorrendo a simulações em método de elementos discretos a duas dimensões, sendo todos aplicados a misturas betuminosas e, no caso de Abbas (2004) e Silva (2005) sendo também aplicados ao estudo do mastique betuminoso.



## Capítulo 4

# Avaliação do comportamento mecânico do mastique em laboratório

### 4.1 Introdução

O comportamento mecânico de um material pode ser avaliado através da realização de ensaios mecânicos. Silva (2005) no âmbito do seu trabalho de doutoramento realizou ensaios mecânicos em provetes de mastique betuminoso produzidos em laboratório e com coesão suficiente para serem submetidos aos mesmos ensaios.

O presente estudo tem por base os resultados obtidos pelo referido autor. Neste Capítulo será descrito o programa experimental pelo que se terá como referência o trabalho realizado por Silva (2005).

### 4.2 Materiais utilizados

Nesta secção será feita a caracterização dos materiais utilizados nos provetes de mastique betuminoso em estudo.

#### 4.2.1 Ligante betuminoso

Foram utilizados dois tipos de betume puro comumente usados no nosso país, 35/50 e 50/70. Com o intuito de caracterizar devidamente os betumes foram realizados três ensaios:

- Ensaio de penetração (ASTM D5);
- Determinação do ponto de amolecimento do betume pelo método de anel e bola (ASTM D36);

## Capítulo 4. Avaliação do comportamento mecânico do mastique em laboratório

- Determinação da viscosidade rotacional a 135°C (ASTM D402).

De seguida foi determinado o índice de penetração de ambos os betumes pelas expressões (4.1) e (4.2) apresentadas por Silva (2005).

A penetração a 25°C, o ponto de amolecimento anel e bola (°C), a viscosidade rotacional (Pa.s) e o índice de penetração determinados são apresentados no Quadro 4.1.

$$A = \frac{\log(\text{pen}_{T_1}) - \log(\text{pen}_{T_2})}{T_1 - T_2} \quad (4.1)$$

$$IPen = \frac{20 \times (1 - 25 \times A)}{1 + 50 \times A} \quad (4.2)$$

Onde:

$A$  - declive da recta que representa a viscosidade do betume em função da temperatura (escala semi-logarítmica);

$\text{pen}_{T_i}$  - penetração do betume para a temperatura de ensaio  $i$ ;

$T_i$  - temperatura de ensaio  $i$ ;

$IPen$  - índice de penetração.

Quadro 4.1: Características dos betumes 35/50 e 50/70 (adaptado de Silva, 2005)

Tipo de Betume	Betume 35/50	Betume 50/70
Penetração a 25°C ( $\times 10^{-1}$ mm)	26,8	47,7
Ponto de amolecimento anel e bola (°C)	52,0	48,1
Viscosidade rotacional (Pa.s)	511,2	430,0
Índice de Penetração	-1,96	-1,78

No que diz respeito aos valores de índice de penetração, os betumes são classificados como muito susceptíveis à temperatura para  $IPen = -3$  e como pouco susceptíveis à temperatura para  $IPen = 7$ , donde se constata que os betumes utilizados por Silva (2005) são moderadamente sensíveis a variações térmicas. O autor refere ainda que resultados fora do padrão podem dever-se a este comportamento do betume.

### 4.2.2 Agregados

Os agregados utilizados são de origem granítica e provêm de quatro diferentes fracções granulométricas.

Com o objectivo de caracterizar os agregados usados, foram realizados quatro ensaios:

- Análise granulométrica dos agregados de cada fracção granulométrica (ASTM C136-96a);
- Ensaio de desgaste realizado na máquina de Los Angeles (ASTM C131);
- Absorção de água (ASTM C128-97);

- Massa volúmica dos agregados (ASTM C29/C29 M-97).

Os resultados dos ensaios que caracterizaram os agregados são apresentados nos Quadros 4.2 e 4.3.

Quadro 4.2: Características dos agregados (adaptado de Silva, 2005)

Análise granulométrica	(Quadro 4.3)
Ensaio de desgaste	perda por desgaste < 20% (boas características de desgaste)
Absorção de água	entre 0,3 e 0,7%
Massa volúmica dos agregados	entre 2,63 e 2,68 g/cm <sup>3</sup>

Como refere o autor, as características do ligante betuminoso e dos agregados estão dentro do intervalo de valores indicado na especificação portuguesa E80 do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (anterior à actual norma EN 12591).

#### 4.2.3 Filer

Quanto ao filer foram utilizados dois tipos, um comercial de origem calcária e um recuperado de origem granítica.

### 4.3 Mistura betuminosa utilizada

As misturas betuminosas estudadas foram duas das mais utilizadas em Portugal, aplicadas em camadas de desgaste e de regularização (actualmente denominada camada de ligação de acordo com terminologia da norma NPEN13108-1). No entanto, o mastique betuminoso submetido aos ensaios foi apenas o proveniente das misturas betuminosas de desgaste, dada a sua elevada relevância em termos funcionais e estruturais.

De acordo com as especificações da APORBET (1998) foi determinada a granulometria da mistura betuminosa. O Quadro 4.3 e a Figura 4.1 mostram a combinação das quatro fracções de agregado de forma a obter a curva granulométrica da mistura betuminosa de desgaste definida pela APORBET (0/14).

Para averiguar qual o teor óptimo em betume, as misturas betuminosas foram formuladas utilizando a expressão (4.3) desenvolvida por Duriez.

$$P_b = \alpha \times K \times \sqrt[5]{\Sigma} \quad (4.3)$$

Onde:

$P_b$  - teor em betume [%];

$\alpha = \frac{2,65}{\gamma_a}$ , sendo  $\gamma_a$  a massa volúmica da mistura de agregados [g/cm<sup>3</sup>];

$K$  - módulo de riqueza em betume;

$\Sigma$  - superfície específica dos agregados [m<sup>2</sup>/kg].



## Capítulo 4. Avaliação do comportamento mecânico do mastique em laboratório

Quadro 4.3: Curva granulométrica da mistura betuminosa de desgaste (Silva, 2005)

Peneiro	Diâmetro (mm)	Percentagem de material passado						Obtido	Máximo
		Fracção 0/4	Fracção 4/11	Fracção 11/16	Fracção 16/25	Filer	Mínimo		
#3/4"	19,000	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
#1/2"	12,500	100,0	100,0	91,3	31,0	100,0	80,0	83,7	88,0
#3/8"	9,500	100,0	96,1	54,2	6,4	100,0	66,0	71,2	76,0
#4	4,750	100,0	18,1	6,7	1,0	100,0	43,0	47,8	55,0
#10	2,000	70,7	2,6	1,8	0,8	100,0	25,0	32,5	40,0
#40	0,425	30,3	1,4	1,5	0,7	100,0	10,0	16,2	18,0
#80	0,180	13,4	1,2	1,2	0,6	100,0	7,0	9,4	13,0
#200	0,075	3,8	0,7	0,8	0,4	98,9	5,0	5,8	9,0
Material usado		39,7%	17,8%	17,8%	21,3%	3,5%			

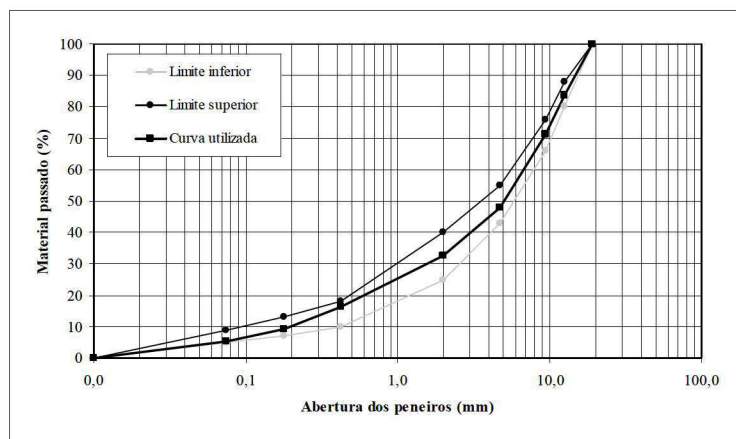


Figura 4.1: Curva granulométrica da mistura betuminosa de desgaste (Silva, 2005)

O módulo de riqueza em betume,  $K$ , varia em função do tipo de mistura betuminosa. Quanto mais elevado o teor em betume maior será o valor do parâmetro  $K$ . Os valores variam consoante o tipo de camada, sendo que os indicados em Portugal pela APORBET são entre 3,0 e 3,5 para misturas betuminosas a frio com características de base e entre 3,3 e 3,8 para as camadas de regularização e de desgaste.

A superfície específica dos agregados pode ser determinada através das expressões (4.4) e (4.5).

$$\sum = \frac{0,25 \times G + 2,3 \times S + 12 \times s + 135 \times f}{100} \quad (4.4)$$

$$\sum = \frac{0,17 \times a + 0,33 \times b + 0,71 \times c + 5 \times d + 135 \times e}{100} \quad (4.5)$$

Em que:

$G$  – proporção ponderal de elementos superiores a 6,3 mm;

$S$  – proporção ponderal de elementos entre 0,315 mm e 6,3 mm;

$s$  – proporção ponderal de elementos entre 0,075 mm e 0,315 mm;

#### 4.4. Determinação da composição do mastique betuminoso

- $f$  – proporção ponderal de elementos inferiores a 0,075 mm;  
 $a$  – proporção ponderal de elementos passados no peneiro #3/8";  
 $b$  – proporção ponderal de elementos passados no peneiro #4;  
 $c$  – proporção ponderal de elementos passados no peneiro #10;  
 $d$  – proporção ponderal de elementos passados no peneiro #80;  
 $e$  – proporção ponderal de elementos passados no peneiro #200.

Depois de analisar a estabilidade, deformação e características volumétricas obtidas para os provetes de Marshall foi obtido o valor de teor em betume óptimo de 5,2%.

#### 4.4 Determinação da composição do mastique betuminoso

Esta secção incide sobre a determinação da composição do mastique betuminoso. Para tal foi desenvolvido um procedimento experimental (laboratorial e numérico).

A mistura betuminosa foi dividida em três fracções, por peneiração, de acordo com o Quadro 4.4 para determinar as dimensões dos agregados considerados como mastique e dos considerados como agregados grossos.

Quadro 4.4: Divisão da mistura betuminosa em fracções

Fracção	dimensão dos agregados	material retido e passado	teor em betume
1	agregados maiores	retido no peneiro #3/8"	elevado
2	agregados intermédios	passado no peneiro #3/8" e retido no peneiro #10	
3	agregados menores	passado no peneiro #10	baixo

De seguida, de forma a ser possível analisar diversas composições de mastique betuminoso, foram produzidas oito misturas betuminosas de diferentes características, as quais se podem observar no Quadro 4.5 e nas quais se fez variar o teor em betume, o tipo de betume, o tipo de filer e a combinação filer/betume.

O passo seguinte consistiu em procedimentos experimentais para determinar a granulometria e o teor em betume das misturas produzidas. As misturas betuminosas foram peneiradas e separadas em três fracções (de acordo com Quadro 4.4), de seguida foi removido o betume existente através de incineração numa mufla a 500°C. Tornou-se assim possível conhecer o

Quadro 4.5: Misturas betuminosas produzidas (adaptado de Silva, 2005)

Mistura Betuminosa	Teor em betume	Tipo de betume	Tipo de filer	Objectivo
Desgaste 1	Óptimo = 5,2 %	35/50	Recuperado (granítico)	Composição base (MBD)
Desgaste 2	Óptimo = 5,2 %	50/70	Recuperado (granítico)	Tipo de betume
Desgaste 3	Superior = 5,7 %	35/50	Recuperado (granítico)	Teor em betume (superior)
Desgaste 4	Inferior = 4,7 %	35/50	Recuperado (granítico)	Teor em betume (inferior)
Desgaste 5	Óptimo = 5,2 %	35/50	Comercial (calcário)	Tipo de filer
Desgaste 6	Óptimo = 5,2 %	50/70	Comercial (calcário)	Tipo de filer + Tipo de betume
Desgaste 7	Superior = 5,7 %	35/50	Comercial (calcário)	Tipo de filer + Teor em betume (superior)
Desgaste 8	Inferior = 4,7 %	35/50	Comercial (calcário)	Tipo de filer + Teor em betume (inferior)

Quadro 4.6: Teor em betume obtido (adaptado de Silva, 2005)

Tipo de Mistura	Teor em betume			
	Mistura Betuminosa	Fraccão 1	Fraccão 2	Fraccão 3
M.B. de Desgaste 1	5,2 %	2,5 %	6,2 %	10,5 %
M.B. de Desgaste 2		2,1 %	6,0 %	10,0 %
M.B. de Desgaste 3		3,4 %	7,2 %	10,9 %
M.B. de Desgaste 4		2,2 %	5,2 %	9,0 %
M.B. de Desgaste 5		3,1 %	6,4 %	9,5 %
M.B. de Desgaste 6		2,4 %	6,5 %	10,7 %
M.B. de Desgaste 7		4,4 %	7,6 %	11,5 %
M.B. de Desgaste 8		2,4 %	5,7 %	9,6 %
M.B. de Desgaste (média)	5,2 %	2,8 %	6,4 %	10,2 %

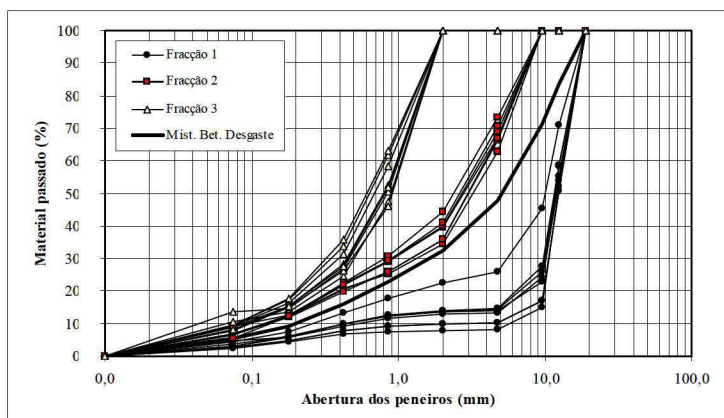


Figura 4.2: Granulometria das misturas e das fracções em que estas foram divididas (Silva, 2005)

teor em betume de cada fracção (Quadro 4.6), e os agregados foram então submetidos a análise granulométrica (Figura 4.2).

Uma vez determinado o teor em betume de cada fracção de cada mistura betuminosa, partiu-se para a determinação do teor em betume do mastique betuminoso de cada fracção, e foi então necessário distinguir a componente de mastique e a componente de agregados grossos. Esta separação foi feita considerando que os agregados menores (Quadro 4.4) fazem parte do mastique e os restantes são agregados grossos, sendo então possível a determinação da granulometria do mastique (Figura 4.3 e Quadro 4.7).

Depois de analisada a granulometria do mastique das três fracções, foi escolhida para "composição base" a fracção 2, por ser a que mais se aproxima da composição inicial das misturas betuminosas (Figura 4.4).

A fracção 1 (com muitos agregados finos e elevado teor em betume) e a fracção 3 (com baixo teor em betume e em filer) foram também estudadas para avaliar as vantagens e desvantagens do seu uso.

Analisando as três fracções são tiradas algumas conclusões que se apresentarão de seguida.



#### 4.4. Determinação da composição do mastique betuminoso

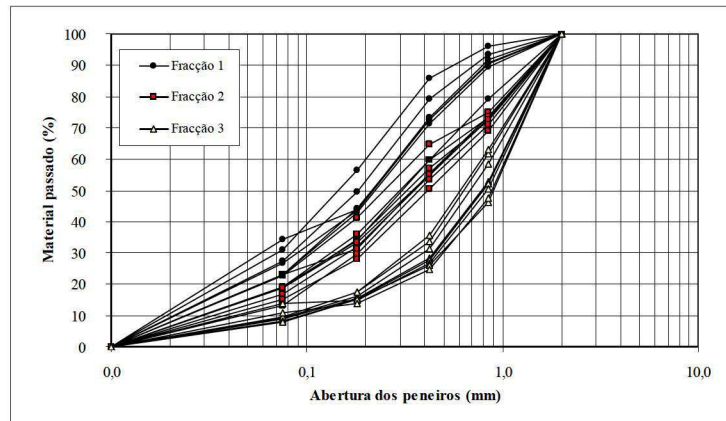


Figura 4.3: Granulometria do mastique existente nas três fracções das misturas betuminosas (Silva, 2005)

Quadro 4.7: Composição média do mastique existente nas três fracções das misturas betuminosas (Silva, 2005)

Peneiro	Diâmetro (mm)	Mastiques das Misturas Betuminosas de Desgaste		
		Material passado (%)		
		Fracção 1 (Retido no #3/8")	Fracção 2 (Passado no #3/8" e retido no #10)	Fracção 3 (Passado no #10)
#10	2,000	100,0%	100,0%	100,0%
#20	0,850	93,5%	72,1%	61,6%
#40	0,425	79,1%	57,1%	33,6%
#80	0,180	49,4%	34,5%	17,5%
#200	0,075	27,4%	18,9%	9,7%
Teor em betume do mastique (%)		24,9%	17,1%	10,5%

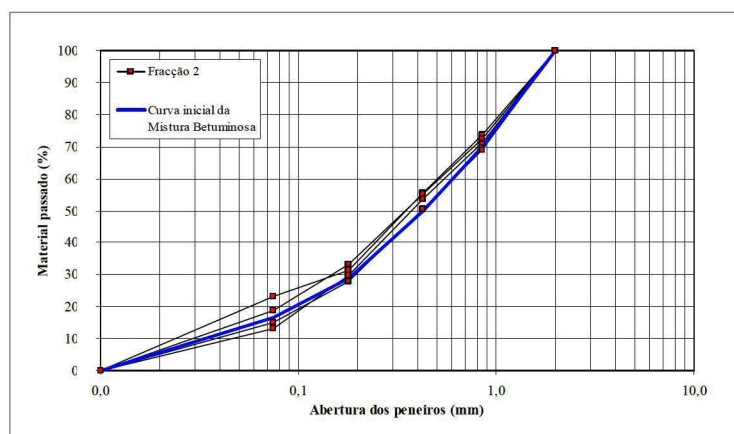


Figura 4.4: Granulometria do mastique das fracções 2 e granulometria inicial da mistura betuminosa (Silva, 2005)

Conclui-se que a característica que mais influência tem no comportamento do mastique é o teor em betume, e a que mais influencia o teor em betume é o tipo de filer.

O filer calcário liga-se mais facilmente ao betume comparativamente ao filer granítico, o que significa que é necessária uma quantidade superior de betume para o filer granítico se ligar a este uma vez que é mais fino e tem uma maior área superficial.

Verifica-se também que o teor em betume é mais alto para a fracção com maiores agregados e com uma menor quantidade de finos (fracção 1), caso em que a capacidade de ligação aos agregados é superior, mas a consistência do mastique é inferior.

Relativamente ao tipo de betume a influência não é significativa, porém é possível observar-se que os agregados finos se ligam com maior facilidade aos betumes mais moles.

### **4.5 Mastiques betuminosos estudados**

Uma vez determinada a composição do mastique foi escolhida uma composição base para o mastique 1. Este mastique é constituído pela fracção 2, e a sua composição corresponde à média dos teores em betume e à média das granulometrias anteriormente determinadas. Foi escolhida também como característica para o mastique 1 o betume mais duro (35/50) e o filer calcário (comercial).

Com o intuito de estudar o contributo de cada um dos parâmetros de composição, foram produzidos no total oito mastiques nos quais se fez variar o teor em betume (mastique 2 e 3), o tipo de betume (mastique 4), o tipo de filer (mastique 5), a fracção usada (mastique 6 e 7), e a existência ou não de envelhecimento a curto prazo (mastique 8, que foi envelhecido a 135°C durante 24 horas antes da compactação).

A composição dos oito mastiques e o objectivo de estudo de cada um são apresentados no Quadro 4.8.

Pela análise dos provetes constatou-se que o mastique betuminoso é um material bastante homogéneo e compacto e que por isso tem porosidade baixa.

### **4.6 Ensaio de rigidez**

O ensaio de rigidez realizou-se nos oito mastiques apresentados na secção 4.5. Produziram-se lajes que após a sua desmoldagem foram cortadas em provetes com as dimensões  $5 \times 5 \times 8$  cm<sup>3</sup>.

## 4.7. Principais resultados e conclusões

Quadro 4.8: Composição dos mastiques betuminosos (Silva, 2005)

Tipo de Mastique	Mastique 1	Mastique 2	Mastique 3	Mastique 4	Mastique 5	Mastique 6	Mastique 7	Mastique 8
Fracção da M.B. representada	Fracção 2	Fracção 2	Fracção 2	Fracção 2	Fracção 2	Fracção 1	Fracção 3	Fracção 2
Granulometria								
Passados #10	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %
Passados #20	73,8 %	73,8 %	73,8 %	73,8 %	73,8 %	83,0 %	52,3 %	73,8 %
Passados #40	52,1 %	52,1 %	52,1 %	52,1 %	52,1 %	68,8 %	26,0 %	52,1 %
Passados #80	28,9 %	28,9 %	28,9 %	28,9 %	28,9 %	40,9 %	15,1 %	28,9 %
Passados #200	16,2 %	16,2 %	16,2 %	16,2 %	16,2 %	23,3 %	9,2 %	16,2 %
Teor em betume do mastique	Médio 15,9 %	Inferior 13,6 %	Superior 18,2 %	Médio 15,9 %	Médio 15,9 %	Médio 19,9 %	Médio 9,8%	Médio 15,9 %
Tipo de betume	35/50	35/50	35/50	50/70	35/50	35/50	35/50	35/50
Tipo de filer	Comercial	Comercial	Comercial	Comercial	Recuperado	Comercial	Comercial	Comercial
Origem do filer	Calcário	Calcário	Calcário	Calcário	Granito	Calcário	Calcário	Calcário
Condicionamento inicial (envelhecimento)	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Sim
Objectivo do estudo	Composição base	Teor em betume superior	Teor em betume inferior	Tipo de betume	Tipo de filer	Fracção 1	Fracção 3	Envelhecimento

O procedimento adoptado para a determinação do módulo de rigidez foi adaptado da norma prEN 12697-26 (2003).

Impôs-se um carregamento cíclico, sinusoidal, com extensão controlada de  $1 \times 10^{-4}$  à parede superior do provete, conforme se pode observar na Figura 4.5. O ensaio realizou-se a 5°C, 15°C e 25°C e à seguinte gama de frequências[Hz]:

10   5   2   1   0,5   0,2   0,1   0,05   0,02   0,01.

Foram ensaiados três provetes de cada tipo de mastique a cada temperatura. Para o presente trabalho, utilizou-se a média do resultado dos três provetes de cada mastique, e escolheram-se três frequências para analisar; a mais alta (10Hz), uma intermédia (0,5Hz) e a mais baixa (0,01Hz).

## 4.7 Principais resultados e conclusões

Os dados utilizados na presente dissertação foram obtidos por Silva (2005) no âmbito da sua tese de doutoramento, no entanto estes não foram apresentados na escrita da dissertação. O referido autor apenas apresenta resultados do ensaio de rigidez a 20°C e à gama de frequências [Hz]:



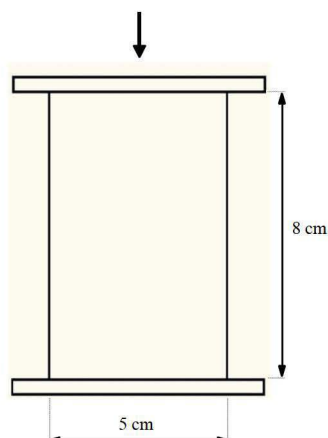


Figura 4.5: Representação do provete de mastique submetido ao ensaio de carregamento

10 5 2 1 0,5 0,2 0,1.

Por esta razão, organizar-se-ão os resultados relevantes para esta dissertação em tabelas e gráficos como se pode ver no Quadro 4.9 e nas Figuras 4.6 e 4.7.

Os valores do módulo de rigidez complexo ( $E^*$  em MPa) e do ângulo de fase ( $\phi$  em  $^\circ$ ) obtidos para os oito mastiques, às três temperaturas e três frequências presentes no Quadro 4.9 correspondem à média dos três provetes de cada tipo submetidos ao ensaio.

Os gráficos da Figura 4.6 apresentam a variação do módulo de rigidez e do ângulo de fase em função da frequência a  $5^\circ\text{C}$ . Já os gráficos da Figura 4.7 apresentam a variação do módulo de rigidez e do ângulo de fase de mastique para mastique à frequência de 10Hz, para as três temperaturas.

O autor, por análise dos resultados para os mastiques a  $20^\circ\text{C}$ , concluiu que o mastique betuminoso tem um comportamento com maior variabilidade, quando exposto ao ensaio de carregamento repetido em função da frequência, do que as misturas betuminosas.

Analisando o gráfico da Figura 4.6 a), facilmente se conclui que o módulo de rigidez com o aumento da frequência assume um aumento aproximadamente linear. Os mastiques 6 e 7 que foram utilizados para estudar as outras fracções (fracção 3 e 1 respectivamente) são os que obtiveram um módulo de rigidez mais elevado. O mastique 1 (composição base), e o mastique 5 (utilizado para estudar a influência de um tipo de filer recuperado de granito) foram os que, para a gama de frequências em questão, obtiveram os valores de módulo de rigidez mais baixos.

Na Figura 4.6 b) verifica-se que o ângulo de fase, no seu conjunto, diminui com o aumento da frequência, no entanto é visível uma maior variabilidade, mais acentuada para o mastique com um tipo de betume 50/70 (mastique 4). O mastique 3 (com o teor em betume mais alto) e o mastique 6 (fracção 1) são os que para as frequências mais baixas assumem os valores de ângulo de fase mais altos; já para as frequências mais altas, os resultados são muito parecidos,

#### 4.7. Principais resultados e conclusões

Quadro 4.9: Valores de  $E^*$  e  $\phi$  obtidos em laboratório por Silva

	f [Hz]	5° C		15 °C		25 °C	
		$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]	$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]	$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]
Mastique 1	10	557,38	7,10	284,37	16,05	104,94	25,33
	0,5	371,32	16,00	213,52	18,72	129,94	19,41
	0,01	131,50	29,58	138,58	30,91	113,37	24,98
Mastique 2	10	761,58	6,05	308,17	17,52	99,45	26,15
	0,5	586,08	14,97	227,57	21,79	120,60	19,57
	0,01	257,09	24,52	150,57	29,13	108,41	23,06
Mastique 3	10	902,16	7,67	341,31	15,14	95,07	26,61
	0,5	610,94	17,65	253,40	19,39	125,86	17,68
	0,01	245,97	33,18	179,52	26,60	120,76	24,28
Mastique 4	10	612,26	7,59	319,17	14,27	229,66	12,31
	0,5	459,97	14,73	244,14	18,76	129,67	14,47
	0,01	246,03	20,35	165,29	20,47	121,51	20,12
Mastique 5	10	524,93	7,63	335,10	12,71	109,19	28,41
	0,5	367,55	15,12	267,24	16,62	132,30	19,79
	0,01	167,93	28,60	162,32	29,80	127,39	25,85
Mastique 6	10	965,00	8,76	271,88	15,99	217,58	20,83
	0,5	657,10	17,43	207,85	19,53	145,97	18,81
	0,01	258,43	32,96	154,81	23,59	141,12	23,30
Mastique 7	10	977,28	5,05	375,21	11,36	181,02	15,89
	0,5	710,86	13,17	274,85	15,44	222,33	16,14
	0,01	398,58	21,47	150,58	24,20	170,21	26,17
Mastique 8	10	578,26	8,26	273,54	13,56	144,30	15,83
	0,5	417,89	15,53	240,92	13,57	168,71	16,34
	0,01	192,95	27,00	156,42	30,90	137,02	22,36

apenas se destacando os valores mais baixos para os mastiques 2 e 7 (teor em betume mais baixo e fracção 3 respectivamente). O mastique 7 tem os valores de ângulo de fase mais baixos para todas as frequências, excepto para  $f=0,01\text{Hz}$ .

Analisando os gráficos da Figura 4.7 verifica-se que o módulo de rigidez tem valores superiores sempre para a temperatura mais baixa e o ângulo de fase para a temperatura mais alta, excepção feita para o caso do mastique 4, em que o valor mais alto do ângulo de fase é para 15°C, seguido da temperatura de 25°C. Observa-se uma relativa proximidade dos resultados para cada temperatura, no entanto não é fácil atribuir a um ou a outro mastique os valores mais altos, ou os mais baixos, uma vez que esses extremos variam consoante as temperaturas.

Depois de conhecido o procedimento experimental executado, e de serem apresentados os resultados obtidos, estão reunidas as condições para se iniciar o estudo proposto pela presente dissertação que terá estes resultados como ponto de partida.



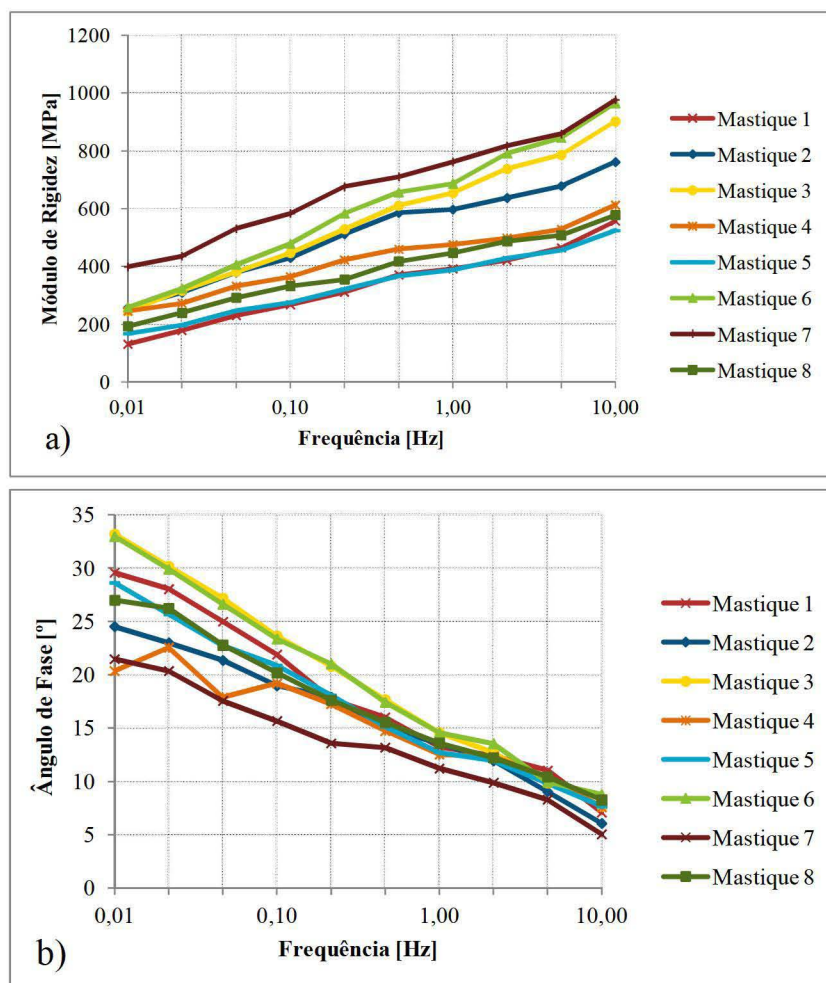


Figura 4.6: Resultados dos ensaios de rigidez à temperatura de 5°C em função da frequência, em a) o módulo de rigidez [MPa] e em b) o ângulo de fase [°]

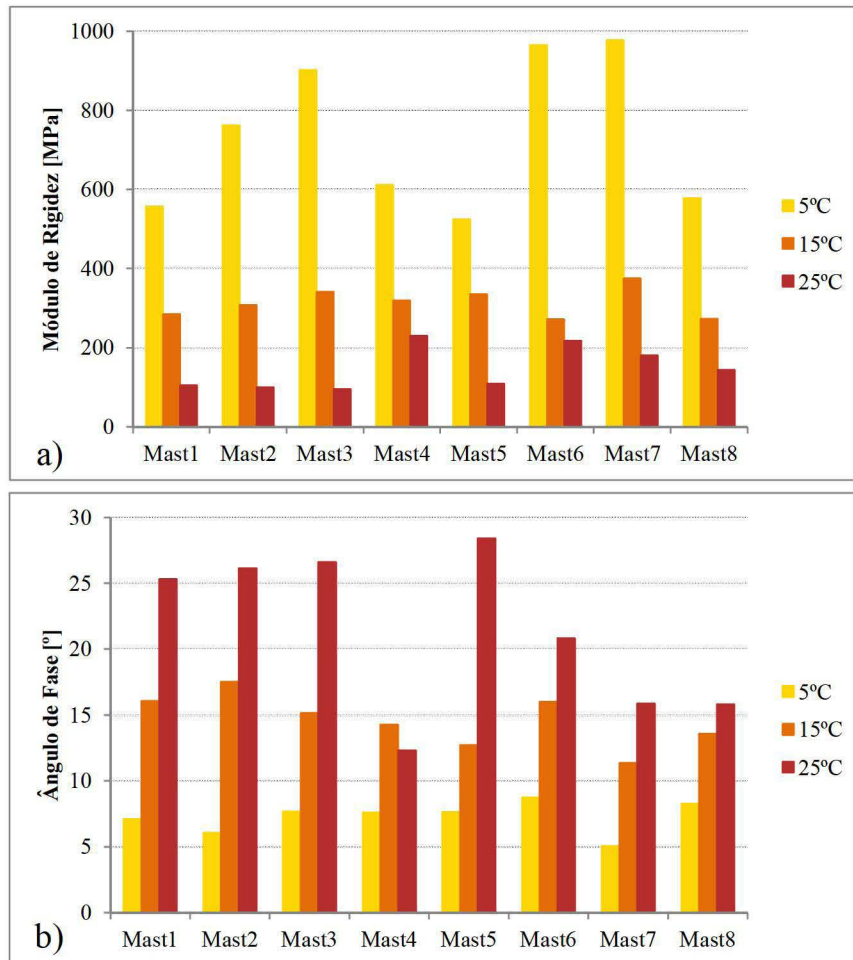


Figura 4.7: Resultados dos ensaios de rigidez à frequência de 10Hz, em a) o módulo de rigidez [MPa] e em b) o ângulo de fase [°]



## Capítulo 5

# Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

### 5.1 Introdução

O presente Capítulo tem como objectivo a aplicação de um modelo macroscópico (modelo de Burgers) ao mastique betuminoso, sendo determinados os quatro parâmetros desse mesmo modelo ( $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$ ,  $C_2$ ).

Tendo por base os valores médios do módulo de rigidez, e do ângulo de fase dos mastiques obtidos nos ensaios laboratoriais (Quadro 4.9), pretende-se ajustar o comportamento dos oito mastiques ao modelo viscoelástico de Burgers.

Esta modelação foi realizada com o intuito de obter uma previsão da variação dos parâmetros do modelo Burgers para mastiques com diferentes propriedades. Os resultados obtidos serão úteis para a calibração do modelo micromecânico (desenvolvido no Capítulo 6). Embora se saiba de antemão que os parâmetros macroscópicos e microscópicos não serão iguais prevêem-se semelhanças na tendência e relação entre eles. A modelação macromecânica é então utilizada como o primeiro passo da modelação micromecânica que será apresentada no próximo Capítulo.

Determinaram-se os parâmetros do modelo de Burgers por um processo de optimização, através do programa de cálculo *MatLab*. O procedimento utilizado é descrito na secção seguinte.

### 5.2 Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica

#### 5.2.1 Formulação numérica

Foi criado, no *software MatLab*, um programa para determinar os parâmetros do modelo viscoelástico  $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$ . As expressões de cálculo utilizadas foram a equação diferencial



## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

geral do modelo de Burgers (5.1) e a expressão (5.2) obtida pela resolução da equação diferencial (5.1) considerando um carregamento. Na expressão (5.2) relacionam-se a frequência angular,  $w = 2\pi f$  (sendo  $f$  a frequência de carregamento do ensaio), a extensão,  $\varepsilon$ , e os parâmetros do modelo de Burgers.

$$\sigma + \dot{\sigma} \left( \frac{C_1}{K_1} + \frac{C_1}{K_2} + \frac{C_2}{K_2} \right) + \ddot{\sigma} \left( \frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} \right) = \dot{\varepsilon} C_1 + \ddot{\varepsilon} \left( \frac{C_1 C_2}{K_2} \right) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(w^4 C_1^2 C_2^2 + w^2 K_1^2 C_2^2 + 2w^2 K_1^2 C_2 C_1 + w^2 K_1^2 C_1^2 + 2w^2 C_1^2 K_1 K_2 + w^2 C_1^2 K_2^2 + K_1^2 K_2^2)}}{w^4 C_1^2 C_2^2 + w^2 K_1^2 C_2^2 + 2w^2 K_1^2 C_2 C_1 + w^2 K_1^2 C_1^2 + 2w^2 C_1^2 K_1 K_2 + w^2 C_1^2 K_2^2 + K_1^2 K_2^2} \times \sqrt{(K_2^2 + w^2 C_2^2) C_1 w K_1} \quad (5.2)$$

Uma vez apresentadas as expressões de cálculo, será descrito o algoritmo utilizado para a determinação dos quatro parâmetros. Este algoritmo é apresentado na sua totalidade no Anexo A.

Começou por se aplicar o primeiro passo de um procedimento iterativo desenvolvido por Liu *et al.* (2009) para a determinação dos parâmetros do modelo de Burgers, passo este que consiste em inicializar os dois parâmetros do elemento de Maxwell,  $K_1$  e  $C_1$ . Os dois parâmetros são então determinados de acordo com as expressões (5.3) e (5.4).

$$K_1 = [|E^*|]_{w=w_{max}} \quad (5.3)$$

$$C_1 = \left[ \frac{|E^*|}{w} \right]_{w=w_{min}} \quad (5.4)$$

Onde,  $w_{max}$  e  $w_{min}$  são, respectivamente, os valores máximo e mínimo das frequências angulares impostas nos ensaios laboratoriais.

Uma vez determinados os parâmetros  $K_1$  e  $C_1$  pretende-se determinar os parâmetros  $K_2$  e  $C_2$ . Para o cálculo dos mesmos parte-se da equação diferencial geral do modelo de Burgers (5.1) já apresentada.

O ensaio laboratorial a que os provetes de mastique foram submetidos é um ensaio cíclico com extensão controlada, sendo a extensão dada pela expressão (5.5).

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \sin(wt) \quad (5.5)$$

Substituindo a extensão (5.5) na equação (5.1) obtém-se a expressão (5.6).

$$\sigma + \dot{\sigma} \left( \frac{C_1}{K_1} + \frac{C_1}{K_2} + \frac{C_2}{K_2} \right) + \ddot{\sigma} \left( \frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} \right) = \varepsilon_0 \cdot w \cdot \cos(wt) C_1 - \varepsilon_0 \cdot w^2 \cdot \sin(wt) \left( \frac{C_1 C_2}{K_2} \right) \quad (5.6)$$

## 5.2. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica

De seguida resolve-se a equação diferencial do modelo de Burgers em ordem à tensão,  $\sigma$ , obtendo-se a expressão (5.7).

$$\begin{aligned} \sigma = & e^{-\frac{1}{2} \frac{(C_1 K_1 + C_2 K_1 + C_1 K_2 - \sqrt{C_1^2 K_1^2 + 2C_1 K_1^2 C_2 + 2C_1^2 K_1 K_2 + C_2^2 K_1^2 - 2K_1 K_2 C_1 C_2 + C_1^2 K_2^2})t}{C_1 C_2}} \\ & + e^{-\frac{1}{2} \frac{(C_1 K_1 + C_2 K_1 + C_1 K_2 + \sqrt{C_1^2 K_1^2 + 2C_1 K_1^2 C_2 + 2C_1^2 K_1 K_2 + C_2^2 K_1^2 - 2K_1 K_2 C_1 C_2 + C_1^2 K_2^2})t}{C_1 C_2}} \\ & + \frac{w \left( (C_2 (C_2 + C_1) w^2 + K_2^2) K_1 \cos(wt) + w C_1 \sin(wt) (w^2 C_2^2 + K_2 (K_2 + K_1)) \right) C_1 K_1 \varepsilon_0}{w^4 C_1^2 C_2^2 + \left( (C_2 + C_1)^2 K_1^2 + 2C_1^2 K_1 K_2 + C_1^2 K_2^2 \right) w^2 + K_1^2 K_2^2} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Considerando as constantes de integração nulas (as duas primeiras parcelas da expressão (5.7)), e considerando uma solução do tipo da expressão (5.8) chega-se às relações (5.9) e (5.10).

$$\sigma = s \cdot \sin(wt + \phi) = s \cdot \sin(wt) \cos(\phi) + s \cdot \sin(\phi) \cos(wt) \quad (5.8)$$

$$s \cdot \sin(\phi) = \frac{w (C_2 (C_2 + C_1) w^2 + K_2^2) K_1^2 C_1 \varepsilon_0}{w^4 C_1^2 C_2^2 + \left( (C_2 + C_1)^2 K_1^2 + 2C_1^2 K_1 K_2 + C_1^2 K_2^2 \right) w^2 + K_1^2 K_2^2} \quad (5.9)$$

$$s \cdot \cos(\phi) = \frac{w^2 C_1^2 (w^2 C_2^2 + K_2 (K_2 + K_1)) K_1 \varepsilon_0}{w^4 C_1^2 C_2^2 + \left( (C_2 + C_1)^2 K_1^2 + 2C_1^2 K_1 K_2 + C_1^2 K_2^2 \right) w^2 + K_1^2 K_2^2} \quad (5.10)$$

Dividindo (5.9) por (5.10) obtém-se (5.11).

$$\tan(\phi) = \frac{(C_2 (C_2 + C_1) w^2 + K_2^2) K_1}{w C_1 (w^2 C_2^2 + K_2 (K_2 + K_1))} \quad (5.11)$$

Está encontrada uma equação (5.11) que relaciona os parâmetros de Burger, a frequência angular e o ângulo de fase. No entanto, como se têm duas incógnitas,  $K_2$  e  $C_2$ , é necessário determinar outra relação para que se torne possível calcular os dois parâmetros do modelo de Kelvin.

Pela equação fundamental da trigonometria (5.12) é possível determinar-se a expressão (5.13).

$$\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1 \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} s = & \pm \frac{\sqrt{(w^4 C_1^2 C_2^2 + w^2 K_1^2 C_2^2 + 2w^2 K_1^2 C_2 C_1 + w^2 K_1^2 C_1^2 + 2w^2 C_1^2 K_1 K_2 + w^2 C_1^2 K_2^2 + K_1^2 K_2^2)}}{w^4 C_1^2 C_2^2 + w^2 K_1^2 C_2^2 + 2w^2 K_1^2 C_2 C_1 + w^2 K_1^2 C_1^2 + 2w^2 C_1^2 K_1 K_2 + w^2 C_1^2 K_2^2 + K_1^2 K_2^2} \\ & \times \frac{\sqrt{(K_2^2 + w^2 C_2^2)} \varepsilon_0 C_1 w K_1}{w^4 C_1^2 C_2^2 + w^2 K_1^2 C_2^2 + 2w^2 K_1^2 C_2 C_1 + w^2 K_1^2 C_1^2 + 2w^2 C_1^2 K_1 K_2 + w^2 C_1^2 K_2^2 + K_1^2 K_2^2} \end{aligned} \quad (5.13)$$

De entre os dois resultados possíveis, utiliza-se o resultado positivo, e através da relação (5.14), é possível determinar a expressão da extensão  $\varepsilon$ .

## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

$$E = \frac{s}{\varepsilon_0} \quad (5.14)$$

Na expressão (5.2) relacionam-se a extensão, a frequência e os parâmetros do modelo de Burgers. Com as relações (5.11) e (5.2) estão reunidas as duas equações necessárias para calcular os parâmetros do modelo de Burger  $K_2$  e  $C_2$  através de um sistema de duas equações.

De seguida, procede-se à optimização dos parâmetros de Burgers aplicando o procedimento formulado por Abbas (2004, p.59-61), de forma a minimizar o erro. O referido autor determinou os parâmetros do modelo de Burgers tendo por base o ensaio de corte dinâmico com controlo de extensão. As expressões formuladas por Abbas (2004) relacionam os resultados do ensaio, módulo de corte complexo ( $G$ ) e ângulo de fase ( $\phi$ ), com os parâmetros do modelo,  $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$  (expressões (5.15) a (5.21)).

$$|D| = \sqrt{(D')^2 + (D'')^2} \quad (5.15)$$

$$|E| = \frac{1}{|D|} = \frac{1}{\sqrt{(D')^2 + (D'')^2}} \quad (5.16)$$

$$D'(w) = \left( \frac{1}{K_1} + \frac{K_2}{K_2^2 + w^2 \cdot C_2^2} \right) \quad (5.17)$$

$$D''(w) = \left( \frac{1}{w \cdot C_1} + \frac{w \cdot C_2}{K_2^2 + w^2 \cdot C_2^2} \right) \quad (5.18)$$

$$E'(w) = \frac{D'}{(D')^2 + (D'')^2} \quad (5.19)$$

$$E''(w) = \frac{D''}{(D')^2 + (D'')^2} \quad (5.20)$$

$$\phi = \arctan(D''/D') \quad (5.21)$$

$|D|$  - módulo de flexibilidade complexa;

$D'$  - flexibilidade de conservação;

$D''$  - flexibilidade de dissipação;

$|E|$  - módulo de rigidez complexo;

$E'$  - módulo de conservação;

$E''$  - módulo de dissipação;

$\phi$  - ângulo de fase.

Por fim, determinaram-se os parâmetros optimizados através do ajuste de um modelo de regressão com minimização da função objectivo apresentada por Baumgaertel e Winter e também aplicada por Abbas (2004).

$$F = \sum_{j=1}^m \left( \left[ \frac{E'(w_j)}{E_j''^o} - 1 \right]^2 + \left[ \frac{E''(w_j)}{E_j''^o} - 1 \right]^2 \right) \quad (5.22)$$



## 5.2. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica

$F$  - função objectivo;  
 $E_j', E_j''$  - valores medidos para a frequência  $w_j$ , parte real e parte complexa respectivamente;  
 $E_j', E_j''$  - valores calculados pelas expressões (5.19) e (5.20), parte real e parte complexa respectivamente;  
 $m$  - número de dados.

### 5.2.2 Resultados da formulação numérica

Utilizou-se o programa descrito para os 8 mastiques, a três temperaturas diferentes, 5°C, 15°C e 25°C. Como dados de entrada utilizaram-se a frequência [Hz], o módulo de rigidez [MPa] e o ângulo de fase<sup>[9]</sup>.

Houve uma excepção no cálculo dos parâmetros para o caso do mastique 5 a 25°C. Utilizando o algoritmo descrito na secção anterior obteve-se um valor de  $K_1$  anormal, manifestamente superior aos restantes ( $2,23 \times 10^6$  N/m), tendo-se optado por modificar os dados de entrada com o intuito de alterar também os resultados finais para valores plausíveis.

De seguida são apresentados os dados de entrada caso se tivesse realizado o cálculo de acordo com o algoritmo, e os dados que foram efectivamente utilizados para o mastique 5 a 25°C:

pelo algoritmo:

$K_1$	$C_1$
133,60	1737,97

dados utilizados:

$K_1$	$C_1$
247,50	2368,86

Obtiveram-se então os valores dos parâmetros de Burgers ( $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$ ) iniciais e os mesmos depois de optimizados. No Quadro 5.1 são apresentados os valores dos parâmetros optimizados, e é possível observar que:

- o parâmetro  $C_1$  é o que tem os valores mais elevados;
- o parâmetro  $C_2$  é o que tem os valores mais baixos;
- para a temperatura mais baixa, os parâmetros assumem os valores mais elevados, e vice-versa;
- na maioria dos casos, o parâmetro  $K_2$  é superior ao parâmetro  $K_1$ ;
- o mastique 7 tem dos parâmetros mais elevados de todos os mastiques.

Seguidamente dispuseram-se os resultados em quadros e em gráficos, e analisaram-se os mesmos com o intuito de verificar alguma tendência e tirar conclusões.

Nos Quadros 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 os mastiques estão ordenados por ordem crescente (da esquerda para a direita) relativamente aos valores dos parâmetros do modelo de Burgers,



## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

Quadro 5.1: Valores dos parâmetros do modelo de Burgers otimizados, obtidos por análise macroscópica ( $K_1$  e  $K_2$  em  $N/m$  e  $C_1$  e  $C_2$  em  $Ns/m$ )

		5 °C	15 °C	25 °C
Mastique 1	$K_1$	497,95	363,80	184,40
	$C_1$	1520,41	1563,83	998,65
	$K_2$	570,41	384,30	237,07
	$C_2$	85,27	37,36	20,23
Mastique 2	$K_1$	734,84	398,19	172,37
	$C_1$	8127,63	1591,08	846,30
	$K_2$	609,81	370,34	219,54
	$C_2$	342,83	36,34	14,94
Mastique 3	$K_1$	861,83	423,13	180,69
	$C_1$	3495,82	2022,74	856,23
	$K_2$	902,98	441,46	241,15
	$C_2$	201,60	47,58	13,03
Mastique 4	$K_1$	590,61	382,17	241,73
	$C_1$	9002,88	1355,00	1055,84
	$K_2$	544,43	376,94	240,82
	$C_2$	363,39	44,42	15,76
Mastique 5	$K_1$	486,58	412,51	253,11
	$C_1$	2410,99	1978,39	888,76
	$K_2$	543,90	484,98	236,05
	$C_2$	106,94	54,57	5,11
Mastique 6	$K_1$	926,05	339,63	267,76
	$C_1$	3535,49	1911,50	1008,00
	$K_2$	954,53	338,07	259,42
	$C_2$	189,64	40,33	11,07
Mastique 7	$K_1$	909,40	391,03	302,15
	$C_1$	13762,17	2757,80	1698,98
	$K_2$	1044,86	366,13	411,42
	$C_2$	425,92	64,01	44,60
Mastique 8	$K_1$	572,88	341,54	223,74
	$C_1$	2324,12	2674,27	1352,42
	$K_2$	672,52	424,62	311,93
	$C_2$	117,96	49,56	43,75

sendo os números apresentados nos Quadros relativos à identificação de cada mastique (M. diz respeito ao Modelo Maxwell e K. ao Modelo Kelvin).

Estes Quadros apenas diferem na característica que se pretende destacar (analisar), sendo possível comparar eficazmente as características de cada mastique com os resultados obtidos.

No Quadro 5.2 é feita a comparação entre o mastique com o menor teor em betume (mastique 2) e com o maior teor em betume (mastique 3). A tendência não é evidente, no entanto é possível observar-se que para o mastique 2 a maioria dos resultados estão na primeira metade da lista de resultados (metade esquerda que corresponde aos valores mais baixos) e no mastique 3 acontece precisamente o oposto, 8 resultados fazem parte da metade direita (dos resultados mais altos).

## 5.2. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica

Quadro 5.2: Mastique 2 (menor teor em betume) destacado a azul e Mastique 3 (maior teor em betume) destacado a verde

			Mastiques							
			< parâmetro				→	> parâmetro		
M	K <sub>1</sub>	5°C	5	1	8	4	2	3	7	6
A		15°C	6	8	1	4	7	2	5	3
X		25°C	2	3	1	8	4	5	6	7
W										
E	C <sub>1</sub>	5°C	1	8	5	3	6	2	4	7
L		15°C	4	1	2	6	5	3	8	7
L		25°C	2	3	5	1	6	4	8	7
K	K <sub>2</sub>	5°C	5	4	1	2	8	3	6	7
E		15°C	6	7	2	4	1	8	3	5
L		25°C	2	5	1	4	3	6	8	7
V										
I	C <sub>2</sub>	5°C	1	5	8	6	3	2	4	7
N		15°C	2	1	6	4	3	8	5	7
		25°C	5	6	3	2	4	1	8	7

Verifica-se ainda que a 25°C o mastique 2 tem os parâmetros com os valores mais baixos de todos os mastiques (excepto feita ao parâmetro  $C_2$ ). É então possível afirmar-se uma ligeira tendência para um decréscimo dos valores dos parâmetros do modelo de Burgers para teores em betume mais baixos e um aumento dos valores para teores em betume mais altos.

O mastique 4 é o único cujo tipo de betume é diferente (50/70). No Quadro 5.3 este mastique é destacado, sendo assim possível comparar o mastique com o tipo de betume 50/70 (destacado) com os restantes mastiques (tipo de betume 35/50). Analisando o Quadro observa-se que as posições centrais (posição 4 e 5) são as que contêm maior número de resultados para o mastique 4, existindo também, e em especial para o parâmetro  $C_1$ , valores que se destacam quer inferior quer superiormente.

No Quadro 5.4 é destacado o mastique 5 cujo filer é recuperado e de origem granítica, contrariamente a todos os outros mastiques cujo filer é comercial e de origem calcária. Relativamente aos parâmetros do modelo de Kelvin é possível verificar que têm dos valores mais baixos para as temperaturas de 5°C e 25°C e dos mais altos para 15°C. O parâmetro  $C_1$  assume valores na zona central da tabela, e o parâmetro  $K_1$  assume o valor mais baixo a 5°C e valores mais altos para as restantes temperaturas. No seu conjunto, o mastique com filer recuperado contém mais valores da primeira metade da tabela (metade esquerda onde os resultados são inferiores).

O mastique 8 é o único mastique sujeito a condicionamento inicial (envelhecimento) e é destacado no Quadro 5.5. O parâmetro  $K_1$  do modelo de Maxwell teve resultados relativamente baixos (situam-se na metade esquerda da tabela), enquanto que o parâmetro  $K_2$  do modelo de Kelvin assume valores dos mais altos (metade direita da tabela). No que diz respeito aos parâmetros de amortecimento, tanto  $C_1$  como  $C_2$  têm valores elevados para as temperaturas mais altas (15°C e 25°C) e valores relativamente baixos para a temperatura mais baixa (5°C).

Quadro 5.3: Mastique 4 (tipo de betume 50/70) destacado a azul

			Mastiques							
			< parâmetro				→	> parâmetro		
M	K <sub>1</sub>	5°C	5	1	8	4	2	3	7	6
A		15°C	6	8	1	4	7	2	5	3
X		25°C	2	3	1	8	4	5	6	7
W										
E	C <sub>1</sub>	5°C	1	8	5	3	6	2	4	7
L		15°C	4	1	2	6	5	3	8	7
L		25°C	2	3	5	1	6	4	8	7

K	K <sub>2</sub>	5°C	5	4	1	2	8	3	6	7
E		15°C	6	7	2	4	1	8	3	5
L		25°C	2	5	1	4	3	6	8	7
V										
I	C <sub>2</sub>	5°C	1	5	8	6	3	2	4	7
N		15°C	2	1	6	4	3	8	5	7
		25°C	5	6	3	2	4	1	8	7

Quadro 5.4: Mastique 5 (filer recuperado de origem granítica) destacado a verde

			Mastiques							
			< parâmetro				→	> parâmetro		
M	K <sub>1</sub>	5°C	5	1	8	4	2	3	7	6
A		15°C	6	8	1	4	7	2	5	3
X		25°C	2	3	1	8	4	5	6	7
W	C <sub>1</sub>	5°C	1	8	5	3	6	2	4	7
E		15°C	4	1	2	6	5	3	8	7
L		25°C	2	3	5	1	6	4	8	7
L										

K	K <sub>2</sub>	5°C	5	4	1	2	8	3	6	7
E		15°C	6	7	2	4	1	8	3	5
L		25°C	2	5	1	4	3	6	8	7
V	C <sub>2</sub>	5°C	1	5	8	6	3	2	4	7
I		15°C	2	1	6	4	3	8	5	7
N		25°C	5	6	3	2	4	1	8	7

No Quadro 5.6 é feita a comparação entre o mastique 6 produzido com granulometria fina (da fracção 1) e o mastique 7 com granulometria grossa (fracção 3). É clara a tendência do mastique 7 (com granulometria grossa) para os mais elevados valores de parâmetros, existindo apenas três resultados de  $K$  que são inferiores ao maior valor. Já relativamente ao mastique 6 os resultados são mais distribuídos, sem se observar neste caso uma tendência clara e evidente. No caso do mastique com granulometria fina existe o mesmo número de resultados na metade esquerda da tabela e na metade direita da mesma, verificando-se que os valores de amortecimento  $C_1$  e  $C_2$  estão mais juntos, enquanto que os valores de  $K_1$  e  $K_2$  se encontram mais dispersos.



## 5.2. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise macroscópica

Quadro 5.5: Mastique 8 (com envelhecimento) destacado a azul

			Mastiques							
			< parâmetro				→	> parâmetro		
M	K <sub>1</sub>	5°C	5	1	8	4	2	3	7	6
A		15°C	6	8	1	4	7	2	5	3
X		25°C	2	3	1	8	4	5	6	7
W										
E	C <sub>1</sub>	5°C	1	8	5	3	6	2	4	7
L		15°C	4	1	2	6	5	3	8	7
L		25°C	2	3	5	1	6	4	8	7

K	K <sub>2</sub>	5°C	5	4	1	2	8	3	6	7
E		15°C	6	7	2	4	1	8	3	5
L		25°C	2	5	1	4	3	6	8	7
V										
I	C <sub>2</sub>	5°C	1	5	8	6	3	2	4	7
N		15°C	2	1	6	4	3	8	5	7
		25°C	5	6	3	2	4	1	8	7

Quadro 5.6: Mastique 6 (granulometria fina) destacado a azul e Mastique 7 (granulometria grossa) destacado a verde

			Mastiques							
			< parâmetro				→		> parâmetro	
M	K <sub>1</sub>	5°C	5	1	8	4	2	3	7	6
A		15°C	6	8	1	4	7	2	5	3
X		25°C	2	3	1	8	4	5	6	7
W										
E	C <sub>1</sub>	5°C	1	8	5	3	6	2	4	7
L		15°C	4	1	2	6	5	3	8	7
L		25°C	2	3	5	1	6	4	8	7

K	K <sub>2</sub>	5°C	5	4	1	2	8	3	6	7
E		15°C	6	7	2	4	1	8	3	5
L		25°C	2	5	1	4	3	6	8	7
V										
I	C <sub>2</sub>	5°C	1	5	8	6	3	2	4	7
N		15°C	2	1	6	4	3	8	5	7
		25°C	5	6	3	2	4	1	8	7

Da análise dos Quadros apresentados é então possível concluir-se que:

- mastiques com teor em betume mais baixo, têm parâmetros do modelo de Burgers mais baixos;
- a diferença entre o tipo de betume 35/50 e 50/70 é pouco significativa no comportamento do mastique;
- o tipo de filer recuperado tem uma leve tendência para conduzir a parâmetros do modelo mais baixos;
- o mastique com envelhecimento tem uma leve tendência para conduzir a parâmetros do modelo mais altos;



- o mastique com a granulometria mais grossa tem os valores mais elevados dos parâmetros do modelo de Burgers.

Uma vez que de mastique para mastique variam diversas características em simultâneo e se pretende obter uma análise coerente que espelhe o melhor possível a realidade, decidiu-se realizar um estudo estatístico para confirmar algumas das conclusões apresentadas e procurar outras relações entre os parâmetros do modelo de Burgers e as características do material.

### 5.3 Determinação da rigidez do betume

Como referido na secção anterior será utilizado um programa estatístico para procurar relações entre os parâmetros do modelo de Burgers e as propriedades dos mastiques, utilizando os dados e características conhecidos.

Para além das características dos materiais já referidas, nomeadamente no Quadro 4.8, decidiu utilizar-se também a rigidez, sendo então necessário calculá-la para os dois tipos de betume. Os métodos para a determinação da rigidez do betume foram abordados no Capítulo 3.

Para o cálculo da rigidez do betume foram necessários os valores da penetração a 25°C e do ponto de amolecimento do betume obtido pelo método de anel e bola. Estes valores são provenientes do trabalho de doutoramento mencionado (Silva, 2005) e estão presentes no Quadro 4.1.

Embora o referido autor tenha procedido ao cálculo do índice de penetração (estando o valor obtido também presente no Quadro 4.1), decidiu-se calculá-lo com base na expressão (3.1) desenvolvida por Pfeiffer e Van Dormal (Branco *et al.*, 2008). Os valores determinados apresentam-se no Quadro 5.7.

Quadro 5.7: Índice de Penetração

Tipo de Betume	Índice de Penetração (IPen)
Betume 35/50	-2,00
Betume 50/70	-1,83

Devido à impossibilidade de utilizar as expressões (3.2), (3.3) e (3.4) para o cálculo da rigidez do betume (uma vez que os valores dos índices de penetração estão fora do intervalo admissível nos dois primeiros casos e que o valor de  $S_b$  é superior a 1 MPa no caso da expressão (3.4)), decidiu-se utilizar o Ábaco de Van der Poel (Figura 3.2).

Para utilizar o ábaco, são necessários (para além dos valores de índice de penetração apresentados no Quadro 5.7) os valores da frequência (Hz), a diferença entre o ponto de amolecimento pelo método de anel e bola e a temperatura a que se encontra o material ( $T_{ab}-T$ ), e a penetração dos dois betumes (presentes no Quadro 4.1), sendo assim possível determinar o módulo de rigidez de ambos. Os módulos de rigidez obtidos para os dois tipos de betume são

apresentados no Quadro 5.8.

Quadro 5.8: Módulo de Rigidez (MPa)

Tipo de Betume	f (Hz)	(Tab-T) (°C)	Módulo de Rigidez (MPa)
Betume 35/50	10	47	$1,2 \times 10^3$
Betume 50/70	10	43,1	$7,5 \times 10^2$

Sendo:

$T$  - temperatura de ensaio, 5°C;

$Tab$  - temperatura de amolecimento pelo método de anel e bola (°C);

$f$  - frequência de ensaio (Hz).

O tempo de carregamento corresponde à frequência de ensaio escolhida que foi de 10Hz.

Uma vez calculados os valores do módulo de rigidez dos dois betumes, dispõe-se então de todas as variáveis necessárias para o estudo estatístico realizado subsequentemente.

## 5.4 Análise estatística: regressão múltipla

A presente secção tem como fontes bibliográficas Pestana *et al.* (2003), Maroco (2003) e Micaelo (2008).

Decidiu utilizar-se um *software* específico de Estatística - SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*) - para realizar regressões múltiplas.

Quando se pretende analisar a importância de vários factores num problema genérico, pode-se fazê-lo reconstruindo o problema a partir das variáveis intervenientes, modelo de regressão.

O modelo de regressão consiste numa expressão matemática que relaciona uma ou mais variáveis com um determinado grau de erro. É uma técnica estatística descritiva (descreve e analisa uma amostra sem daí retirar conclusões sobre o todo) e inferencial (faz-se a extrapolação de uma pequena amostra para um todo).

Com um modelo de regressão é possível prever o valor de uma ou mais variáveis dependentes a partir de um conjunto de variáveis independentes.

No modelo de regressão linear múltiplo, a relação entre as variáveis independentes  $X_i$  e a variável dependente  $Y$  é expressa pela equação (5.23).

$$Y = B_0 + B_1 \times X_1 + B_2 \times X_2 + \dots + B_k \times X_k + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.23)$$

Em que:

$B_i$  - coeficientes de regressão do modelo;



## **Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico**

$\varepsilon_i$  - erro ou resíduo aleatório do modelo.

Para utilizar um modelo linear múltiplo é necessário verificar 6 hipóteses, são elas (Micaelo, 2008):

1. Linearidade do fenómeno em estudo;
2. Para cada valor fixo da variável independente, a variável dependente tem uma distribuição normal com média  $B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_kX_k$  e com variância constante  $\sigma^2$ ;
3. As observações de  $Y$  são independentes umas das outras;
4. Os  $\varepsilon'_i s'$  têm distribuição normal, com média zero e variância constante  $\sigma^2$ ;
5. As variáveis aleatórias referentes a duas observações diferentes não estão correlacionadas (possuem covariância zero);
6. Independência das variáveis independentes  $X_i$  não existindo multicolinearidade.

### **Análise da variância do modelo**

A análise da variância do modelo consiste na verificação da hipótese de pelo menos uma das variáveis independentes influenciar a variável dependente.

O teste consiste na determinação da fracção da "variância total" em  $Y$  explicada pelo modelo de regressão e pelos erros. A variabilidade total em  $Y$  ( $SQT$ ) é a soma de duas componentes, uma explicada pelo modelo ajustado ( $SQR$ ) e outra explicada pelos erros ( $SQE$ ). Conclui-se que o modelo ajustado é significativo se a fracção da variância total explicada pelo modelo for significativamente maior que a fracção da variância total explicada pelos erros.

Embora não sejam apresentados os Quadros de resultados, nas regressões efectuadas esta análise revelou que o modelo é significativo.

### **Teste aos "coeficientes de regressão"**

No teste aos coeficientes de regressão, após verificação da significância do modelo, apenas se pode concluir que pelo menos um dos coeficientes da regressão é significativamente diferente de zero. É então necessário efectuar um teste de significância a cada um dos coeficientes.

Têm-se como hipóteses estatísticas as duas seguintes:

- hipótese 0 - coeficiente igual a zero;
- hipótese 1 - coeficiente diferente de zero.

A estatística do teste é a da expressão (5.24).

$$T_{B_i} = \frac{b_i}{\sqrt{S_{y,x}^2 \cdot C_{ii}}} \quad (5.24)$$

Em que:

$b_i$  - estimativa de  $B_i$ ;

$S_{y,x}^2$  - quadrados médios dos erros;

$C_{ii}$  - elemento  $i$  da diagonal da matriz  $(X'X)^{-1}$ , sendo  $X$  a matriz das observações.

Se se admitir que para a hipótese em que o coeficiente é igual a zero,  $T$  possui uma distribuição *T-Student* com  $(n - p - 1)$  graus de liberdade, pode calcular-se a "significância" da hipótese ser verificada.

Para um valor inferior a 5% ou a 10% pode então concluir-se, com um "intervalo de confiança" de 95% ou 90%, respectivamente, que o coeficiente de regressão é significativo.

É preciso ter em conta que a estatística do teste é determinada considerando que no modelo de regressão actua apenas uma variável independente de cada vez. Se se pretender considerar a actuação de outras variáveis em simultâneo tem de se dividir o valor da "significância" máxima pelo número de variáveis existentes.

### Coefficiente de determinação

O coeficiente de determinação é uma das medidas mais utilizadas para a avaliação da qualidade de ajustamento. Este coeficiente é determinado pela expressão (5.25).

$$R^2 = \frac{SQR}{SQT} \quad (5.25)$$

Sendo:

$SQR$  - soma dos quadrados dos resíduos com base na regressão;

$SQT$  - soma dos quadrados dos desvios total.

O coeficiente de determinação mede a proporção da variabilidade total explicada pela regressão ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ). Quando  $R^2 = 0$  o modelo não se ajusta de todo aos dados, já quando  $R^2 = 1$  o ajustamento é perfeito.

O valor de  $R^2$  considerado indicado varia consoante a natureza do estudo porém, geralmente, considera-se que um valor de  $R^2 > 0,9$  traduz um bom ajustamento.

Alguns autores põem em causa este coeficiente uma vez que é dependente do número de variáveis existentes, preferindo o "coeficiente de determinação ajustado", que pode ser utilizado



## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

---

com uma maior segurança.

O coeficiente de determinação ajustado é determinado pela expressão (5.26).

$$R_a^2 = 1 - \frac{QME}{QMT} = 1 - \frac{n-1}{n-p-1}(1-R^2) = R^2 - \frac{p(1-R^2)}{n-p-1} \quad (5.26)$$

Em que:

$QME$  - variância dos erros;

$QMT$  - variância total.

Enquanto o acréscimo de uma nova variável ao modelo leva ao aumento de  $R^2$ , o  $R_a^2$  aumenta apenas se a introdução da nova variável conduzir a um melhor ajustamento do modelo aos dados. Por outras palavras,  $R_a^2$  aumenta se a variância dos erros  $QME$  diminuir relativamente à variância total  $QMT$ .

### Coefficientes "estandardizados beta"

A análise da importância relativa de todas as variáveis independentes não pode ser feita apenas por comparação dos coeficientes de regressão, pois geralmente as variáveis expressam-se em unidades diferentes e dizem respeito a intervalos de valores diferentes.

Esta análise pode ser feita utilizando os coeficientes "estandardizados" em vez dos coeficientes absolutos. Para transformar os coeficientes absolutos em coeficientes "estandardizados" utiliza-se a expressão (5.27).

$$B'_i = B_i \times \frac{\sigma_{X_i}}{\sigma_Y} \quad (5.27)$$

Em que:

$\sigma$  - desvio padrão;

$B'_i$  - coeficientes estandardizados.

Em resumo, determinaram-se quatro propriedades nos modelos de regressão múltipla: a variância, os coeficientes do modelo de regressão ( $T$ ), a qualidade do ajuste da regressão ( $R^2$ ) e os coeficientes estandardizados beta ( $Beta$ ). No entanto, embora se tenham determinado os coeficientes estandardizados beta, nas expressões de regressão utilizou-se o valor do coeficiente " $B$ ".

### 5.4.1 Resultados das regressões múltiplas desenvolvidas

Para realizar as regressões múltiplas, começaram por se definir as variáveis dependentes e as variáveis independentes.

No caso em estudo, as variáveis dependentes são os parâmetros do modelo de Burgers, e o logaritmo de cada um dos parâmetros:

- $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$ ;
- $\log(K_1)$ ,  $\log(C_1)$ ,  $\log(K_2)$  e  $\log(C_2)$ .

Relativamente às variáveis independentes utilizaram-se as seguintes:

- temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ );
- percentagem de betume (%);
- tipo de betume (35/50 ou 50/70) obtido através de:
  - índice de penetração a  $25^{\circ}\text{C}$  ( $\times 10^{-1}$  mm)
  - rigidez (MPa)
- tipo de filer (calcário ou granito);
- granulometria (média, inferior ou superior);
- envelhecimento (existência ou não de envelhecimento).

Os valores das variáveis dependentes, como anteriormente mencionado, foram obtidos na análise em *MatLab* (Quadro 5.1); já os valores das variáveis independentes provêm do Quadro 4.8, à excepção dos valores da rigidez do betume que se obtiveram através do ábaco de Van der Poel (ver secção 5.3, Quadro 5.8).

Ao realizar as várias regressões múltiplas, rapidamente se detectou que algumas variáveis têm maior importância no resultado dos parâmetros do Modelo de Burgers do que outras, tendo-se então repetido as regressões múltiplas para cada parâmetro apenas com as variáveis de maior ponderação.

Nos Quadros que se apresentam de seguida (5.9 - 5.16) as variáveis têm o seguinte significado:

$R$  - coeficiente de correlação múltipla;  
 $R^2$  - coeficiente de determinação;  
 $R_a^2$  - coeficiente de determinação ajustado;  
 $QME$  - variância dos erros;  
 $Sig.$  - significância.

## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,866	0,750	0,738	115,60128131

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	787,709	49,357		15,960	0,000
T°C	-23,464	2,890	-0,866	-8,119	0,000

Quadro 5.9: Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro  $K_1$

Começou por se analisar o parâmetro  $K_1$  com todas as variáveis independentes disponíveis: temperatura, percentagem de betume, tipo de betume (pelo índice de penetração e pela rigidez), tipo de filer, granulometria e envelhecimento.

Na análise da variância do modelo verifica-se que o modelo é significativo. Averiguou-se também as diferenças na regressão quando considerado o tipo de betume através do índice de penetração e da rigidez, tendo-se constatado que se obtêm os mesmos resultados no que diz respeito ao coeficiente de determinação e ao teste aos coeficientes de regressão. No teste aos coeficientes de regressão detecta-se que todas as variáveis têm um valor muito elevado exceptuando a temperatura, o que indica que esta é a variável com maior influência.

Decidiu-se então repetir o teste utilizando como variável independente apenas a temperatura, tendo-se obtido os resultados presentes no Quadro 5.9. Como se pode verificar pelo referido Quadro, no teste aos coeficientes de regressão a temperatura tem elevada influência, e o coeficiente de determinação,  $R^2$ , é de 0,750, concluindo-se que o modelo se ajusta razoavelmente aos dados, embora não seja perfeito. A expressão resultante da regressão efectuada é a (5.28).

$$K_1 = 787,709 - 23,464 \times T^{\circ}C \quad (5.28)$$

De seguida, repetiu-se a análise utilizando como variável dependente  $\log(K_1)$  em vez de  $K_1$ . Da mesma forma, começando por incluir todas as variáveis independentes, concluiu-se que a única variável independente que influencia significativamente o parâmetro é a temperatura.

Tendo-se realizado a regressão com a temperatura apenas, chegou-se aos resultados presentes no Quadro 5.10. Analisando o mesmo verifica-se que o coeficiente de determinação é bastante próximo de 0,9, traduzindo um bom ajustamento. Mais uma vez se confirma a forte influência da temperatura. A expressão resultante desta análise é a (5.29).

$$\log(K_1) = 2,947 - 0,024 \times T^{\circ}C \quad (5.29)$$

Na Figura 5.1 é representada a variação do parâmetro  $K_1$  (N/m) em função da temperatura ( $^{\circ}C$ ), através da análise da regressão de  $K_1$  e de  $\log(K_1)$ .

Estudou-se em seguida o parâmetro  $C_1$  com um procedimento similar ao já descrito para o parâmetro  $K_1$ , utilizando todas as variáveis independentes conhecidas. Verificou-se uma vez



## 5.4. Análise estatística: regressão múltipla

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,923	0,852	0,846	0,0851155700

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	2,947	0,036		81,084	0,000
T°C	-0,024	0,002	-0,923	-11,271	0,000

Quadro 5.10: Resultados da regressão efectuada aos valores de  $\log(K_1)$

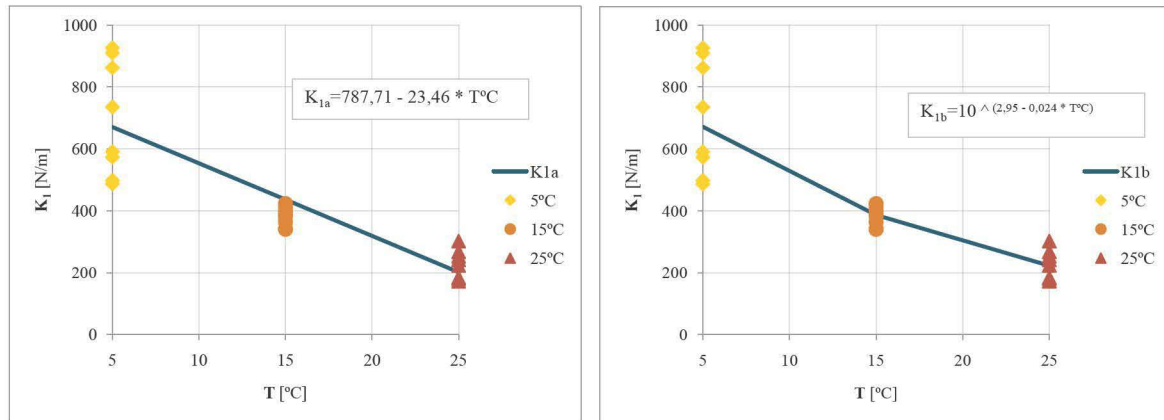


Figura 5.1: Variação do parâmetro  $K_1$  em função da temperatura

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,705	0,497	0,449	2302,77238451

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	12529,147	2793,125		4,486	0,000
T°C	-221,715	57,569	-0,596	-3,851	0,001
% betume	-405,390	167,186	-0,375	-2,425	0,024

Quadro 5.11: Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro  $C_1$

mais a igualdade de resultados para o tipo de betume obtido pela rigidez e pelo índice de penetração. No teste aos coeficientes de regressão conclui-se que a temperatura e a percentagem de betume são as características mais significativas.

Repetiu-se a análise utilizando como variáveis independentes apenas a temperatura e a percentagem de betume, tendo-se obtido os resultados presentes no Quadro 5.11.

No teste aos coeficientes de regressão verifica-se que tanto para a temperatura como para a percentagem de betume os coeficientes são significativos (com um intervalo de confiança



## Capítulo 5. Modelação do comportamento mecânico com modelo macroscópico

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,831	0,690	0,661	0,1887693026

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	4,287	0,229		18,722	0,000
T°C	-0,030	0,005	-0,777	-6,395	0,000
% betume	-0,033	0,014	-0,295	-2,433	0,024

Quadro 5.12: Resultados da regressão efectuada aos valores de  $\log(C_1)$

superior a 95%). Porém o coeficiente de determinação é relativamente baixo,  $R^2 = 0,497$ , o que significa que o ajustamento do modelo aos dados está longe de ser perfeito (o que aconteceria caso este coeficiente fosse igual à unidade). A expressão resultante da regressão efectuada é a (5.30).

$$C_1 = 12529,147 - 221,715 \times T^\circ C - 405,39 \times \% \text{betume} \quad (5.30)$$

Seguidamente repetiu-se a análise utilizando como variável dependente o  $\log(C_1)$  e como variáveis independentes todas as conhecidas. Mais uma vez, no teste aos coeficientes de regressão as variáveis independentes que revelaram maior preponderância foram a temperatura e a percentagem de betume.

Repetindo a regressão considerando apenas a temperatura e a percentagem de betume obtiveram-se os resultados apresentados no Quadro 5.12.

Existe uma visível melhoria do coeficiente de determinação da regressão com a variável dependente  $C_1$  para a regressão com a variável dependente  $\log(C_1)$ . Confirma-se também a elevada influência da temperatura e da percentagem de betume a partir do teste aos coeficientes de regressão. A expressão (5.31) é relativa ao resultado da presente regressão.

$$\log(C_1) = 4,287 - 0,030 \times T^\circ C - 0,033 \times \% \text{betume} \quad (5.31)$$

Na Figura 5.2 é representada a variação do parâmetro  $C_1$  (Ns/m) em função da temperatura ( $^\circ C$ ) e da percentagem de betume (%), através da análise da regressão de  $C_1$  e de  $\log(C_1)$ .

Por análise das regressões efectuadas ao parâmetro  $K_2$  e a  $\log(K_2)$  verifica-se que estas têm um andamento similar às do parâmetro  $K_1$  e  $\log(K_1)$ , sendo também neste caso a temperatura a variável independente com mais influência. Os Quadros resultantes das regressões de  $K_2$  e  $\log(K_2)$  são, respectivamente, o Quadro 5.13 e o Quadro 5.14. Através dos mesmos verifica-se que o valor do coeficiente de determinação piora um pouco em ambos os casos ( $K_2$  e  $\log(K_2)$ ) relativamente ao obtido para  $K_1$  e para  $\log(K_1)$ .

## 5.4. Análise estatística: regressão múltipla

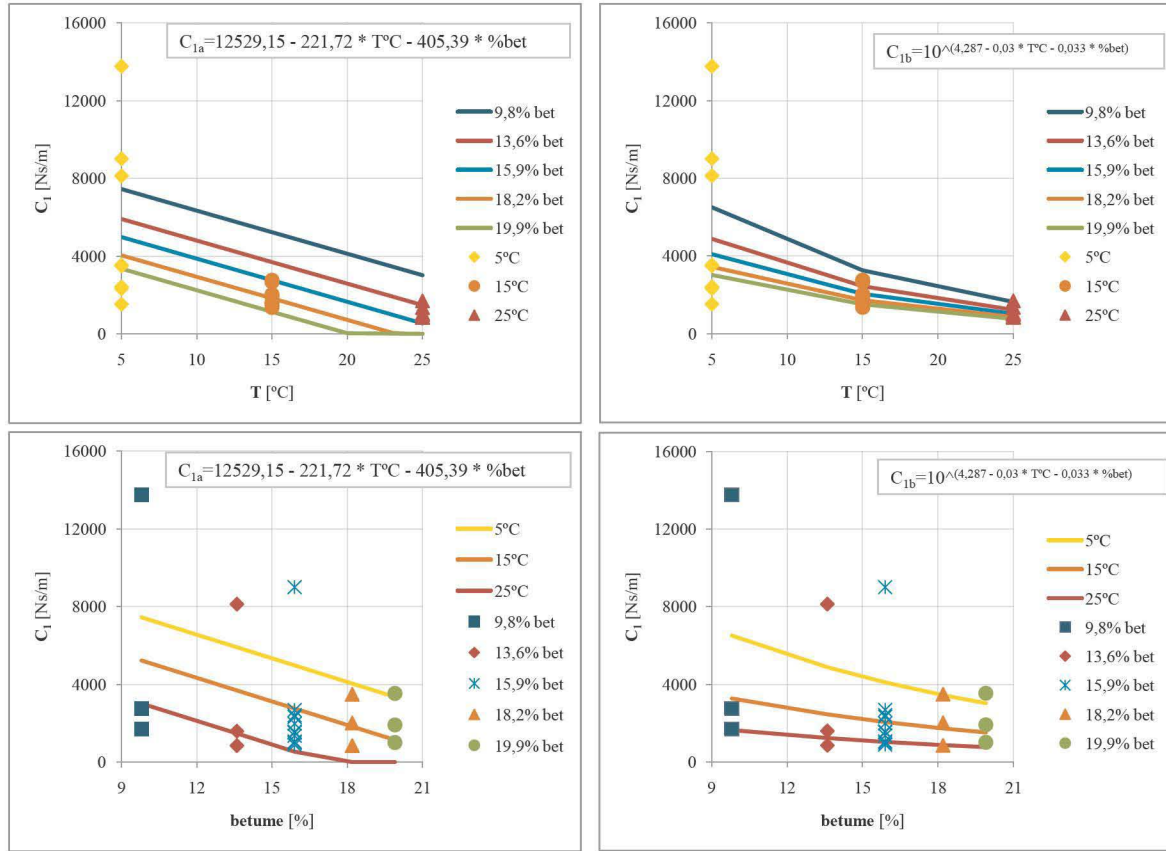


Figura 5.2: Variação do parâmetro  $C_1$  em função da temperatura e da percentagem de betume

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,827	0,684	0,670	133,38639901

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	811,720	56,950		14,253	0,000
T°C	-23,038	3,335	-0,827	-6,909	0,000

Quadro 5.13: Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro  $K_2$

As expressões (5.32) e (5.33) são relativas ao resultado das regressões de  $K_2$  e de  $\log(K_2)$  respectivamente e, como esperado, são similares às expressões (5.28) e (5.29).

$$K_2 = 811,720 - 23,038 \times T^\circ C \quad (5.32)$$

$$\log(K_2) = 2,944 - 0,021 \times T^\circ C \quad (5.33)$$

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,896	0,803	0,795	0,0901300914

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	2,944	0,038		76,492	0,000
T°C	-0,021	0,002	-0,896	-9,485	0,000

Quadro 5.14: Resultados da regressão efectuada aos valores de  $\log(K_2)$

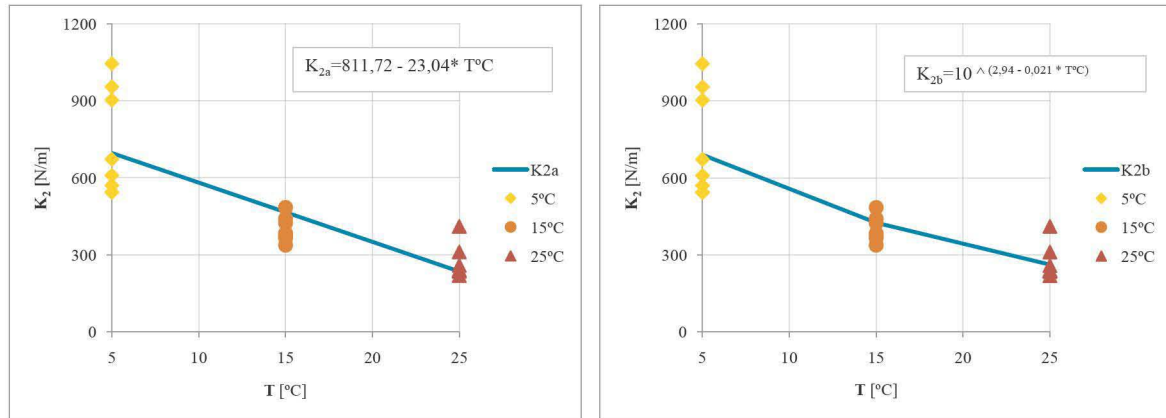


Figura 5.3: Variação do parâmetro  $K_2$  em função da temperatura

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,769	0,591	0,552	79,9726436672

Modelo	Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
	B	QME	Beta		
1 (Constant)	417,990	97,002		4,309	0,000
T°C	-10,407	1,999	-0,727	-5,205	0,000
%betume	-10,416	5,806	-0,250	-1,794	0,087

Quadro 5.15: Resultados da regressão efectuada aos valores do parâmetro  $C_2$

Na Figura 5.3 é representada a variação do parâmetro  $K_2$  (N/m) em função da temperatura (°C), através da análise da regressão de  $K_2$  e de  $\log(K_2)$ .

Finalmente é estudado o parâmetro  $C_2$ , tendo-se testado primeiramente um modelo com todas as variáveis independentes conhecidas e tendo-se concluído que a temperatura e a percentagem de betume são as variáveis com maior preponderância. No Quadro 5.15 apresentam-se os resultados obtidos.

A expressão (5.34) é relativa à regressão efectuada.



#### 5.4. Análise estatística: regressão múltipla

Modelo	$R$	$R^2$	$R_a^2$	$\sqrt{QME}$
1	0,925	0,855	0,833	0,20486651358

Modelo		Coeficientes absolutos		Coeficientes estandardizados	t	Sig.
		B	QME	Beta		
1	(Constant)	3,111	0,249		12,514	0,000
	T°C	-0,053	0,005	-0,884	-10,376	0,000
	%betume	-0,035	0,015	-0,203	-2,378	0,028
	tipo de filer	-0,260	0,127	-0,175	-2,053	0,053

Quadro 5.16: Resultados da regressão efectuada aos valores de  $\log(C_2)$

$$C_2 = 417,990 - 10,407 \times T^\circ C - 10,416 \times \%betume \quad (5.34)$$

De seguida realizou-se a regressão múltipla relativa à variável dependente  $\log(C_2)$  primeiramente com todas as variáveis independentes disponíveis, tendo-se verificado na análise aos coeficientes de regressão que as variáveis com maior influência são a temperatura, a percentagem de betume e o tipo de filer. Efectuou-se então a regressão com as variáveis referidas, tendo-se obtido os resultados presentes no Quadro 5.16. O coeficiente de determinação tem uma vez mais um valor superior ao da análise ao parâmetro  $C_2$ .

A expressão resultante da regressão efectuada à variável  $\log(C_2)$  é a expressão (5.35).

$$\log(C_2) = 3,171 - 0,057 \times T^\circ C - 0,035 \times \%betume - 0,474 \times \text{tipo de filer} \quad (5.35)$$

Na expressão (5.35) o tipo de filer é 1 quando se trata do mastique 5 (mastique com filer granítico) e é 0 para os restantes mastiques (com filer calcário).

Na Figura 5.4 é representada a variação do parâmetro  $C_2$  (N/m) em função da temperatura ( $^\circ C$ ), da percentagem de betume (%), e do tipo de filer, através da análise da regressão de  $C_2$  e de  $\log(C_2)$ .

Por análise dos resultados obtidos no SPSS, das expressões e dos gráficos é possível tirar as conclusões que se apresentam de seguida.

O parâmetro  $K_1$ , relativo à rigidez da mola de Maxwell é fortemente influenciado pela temperatura. Para a temperatura mais baixa ( $5^\circ C$ )  $K_1$  assume os valores mais altos, e para a temperatura mais alta ( $25^\circ C$ ) assume os valores mais baixos, como se pode observar na Figura 5.1.



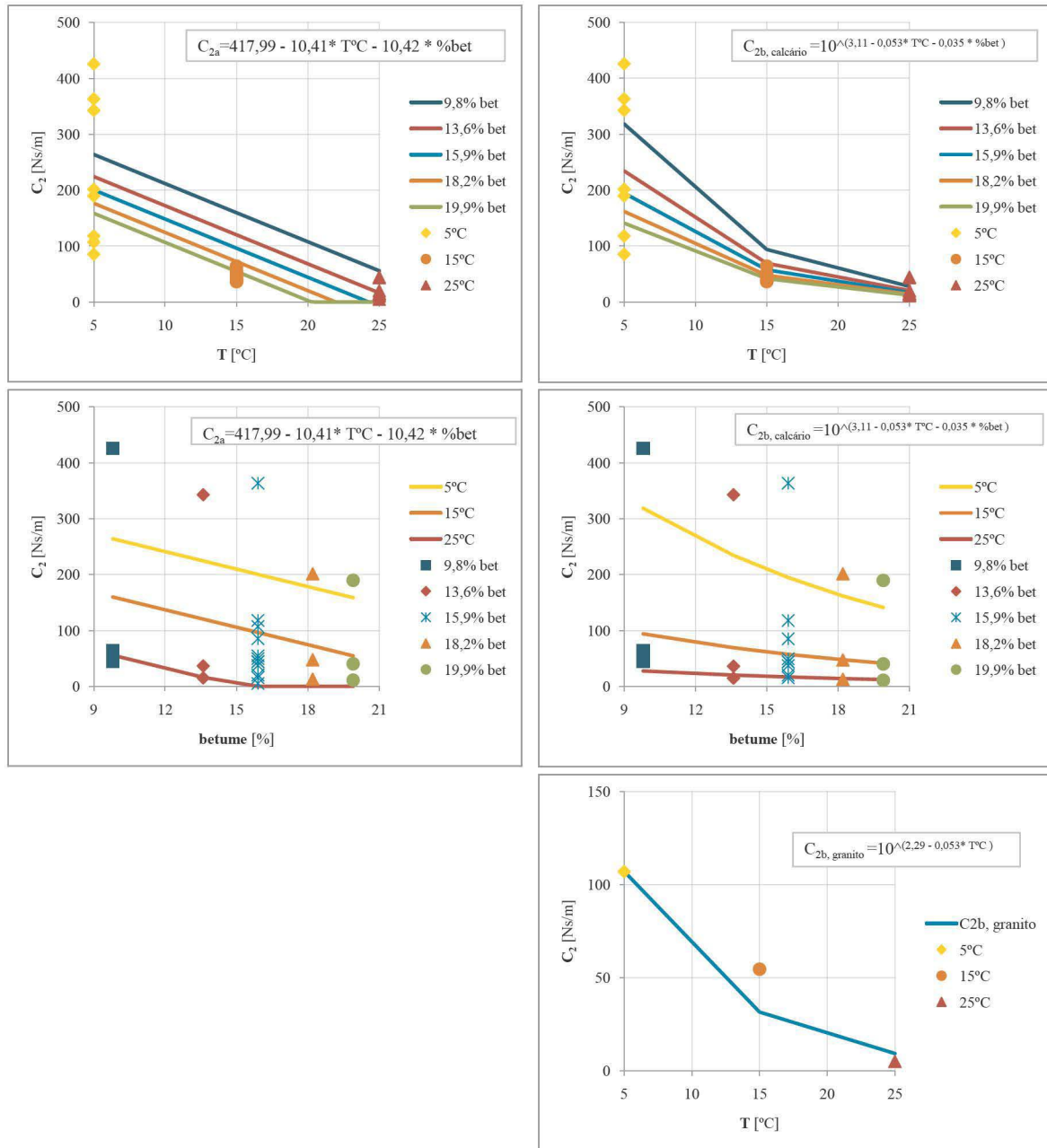


Figura 5.4: Variação do parâmetro  $C_2$  em função da temperatura, da percentagem de betume e do tipo de filer

Relativamente ao amortecedor do elemento Maxwell, parâmetro  $C_1$ , é influenciado maioritariamente pela temperatura e pelo teor em betume. Para a temperatura mais alta  $C_1$  assume os valores mais baixos, para o teor em betume mais baixo assume os valores mais altos.

O parâmetro relativo à rigidez da mola de Kelvin,  $K_2$ , tem um comportamento similar ao parâmetro  $K_1$ , sendo a temperatura a característica que mais o influencia.

Finalmente quanto ao parâmetro  $C_2$  verifica-se que é influenciado por temperatura, teor em betume, e tipo de filer (calcário ou granito)

Do estudo realizado com modelo macroscópico obtém-se como principal conclusão que os factores que mais influenciam o comportamento dos mastiques são a temperatura e o teor em betume, concluindo-se também que a distribuição logarítmica é a que mais se aproxima dos dados nos vários casos.

## 5.5 Síntese

No presente Capítulo aplicou-se um modelo macroscópico (Modelo de Burgers) ao mastique betuminoso tendo-se obtido os parâmetros do referido modelo.

A partir dos resultados obtidos foi possível concluir que:

- quanto mais baixo o teor em betume, mais baixos são os parâmetros;
- o tipo de betume (entre 35/50 e 50/70) tem pouca influência nos parâmetros;
- um tipo de filer granítico conduz a parâmetros mais baixos;
- um mastique com envelhecimento inicial tende a ter parâmetros mais elevados;
- quanto mais grossa a granulometria, mais elevados são os parâmetros.

Depois de determinados os parâmetros realizou-se um estudo estatístico para encontrar mais relações entre os parâmetros e as características do material. A partir deste estudo concluiu-se que os factores que mais influência têm no comportamento dos mastiques são a temperatura e o teor em betume; foi possível verificar também que a distribuição logarítmica é a que mais se aproxima dos valores dos parâmetros obtidos.



## Capítulo 6

# Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

### 6.1 Introdução

O método de elementos discretos foi apresentado e descrito na secção 3.5.3. Neste Capítulo, na secção 6.2 será apresentado o *software* PFC<sup>2D</sup> - *Particle Flow Code in 2 Dimensions* - utilizado no presente trabalho para a determinação dos parâmetros do modelo de Burgers, através de um modelo microscópico, bem como as suas principais vantagens e limitações.

Na secção 6.3 é descrito o procedimento realizado para obtenção dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica, passando pela geração da assembleia, pelo ensaio de carregamento, pela obtenção do módulo de rigidez e do ângulo de fase, sendo por fim apresentados os resultados obtidos.

### 6.2 Particle Flow Code in Two Dimensions - PFC<sup>2D</sup>

O *Particle Flow Code in Two Dimensions* foi desenvolvido pela empresa Itasca Consulting Group Inc. e modela o movimento e a interacção de partículas circulares pelo método de elementos discretos a duas dimensões. Pode ser visto como um método simplificado de implementação do MED, uma vez que as partículas têm formato circular.

Um modelo "*particle-flow*" simula o comportamento mecânico de um sistema composto por um conjunto de partículas de formato arbitrário. Estas partículas deslocam-se independentemente umas das outras e interagem apenas através das suas interfaces.

Uma vez que o modelo presente no PFC<sup>2D</sup> é bidimensional, significa que contém a aplicação de somente duas componentes de força e uma de momento, em vez das três componentes de força e de momentos presentes numa assembleia de partículas tridimensional. As componentes de força consideradas são as duas do plano de análise e o momento considerado é



## **Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico**

---

perpendicular ao plano.

O PFC<sup>2D</sup> na sua análise assume os seguintes seis pressupostos (Itasca Consulting Group, 2004):

1. As partículas comportam-se como corpos rígidos.
2. Os contactos entre partículas ocorrem numa área muito reduzida (ou seja, num ponto).
3. As partículas podem sobrepor-se umas às outras nos pontos de contacto.
4. A magnitude da sobreposição está relacionada com a força de contacto através da lei de força-deslocamento, e todas as sobreposições são pequenas comparativamente com o tamanho das partículas.
5. Podem existir ligações nos contactos entre partículas.
6. Todas as partículas são circulares. No entanto, podem formar-se "aglomerados de partículas" de forma arbitrária que actuam como um corpo rígido com superfície deformável (apeladas de "CLUMP").

A hipótese da rigidez das partículas é aceite sempre que a deformação global do sistema físico for maioritariamente causada pelo movimento das partículas nas interfaces, rotações e escorregamentos e não pela deformação das próprias partículas. Micaelo (2008) refere que para Gethin *et al.* (2003) uma interpenetração até 10% é aceitável e para Nazer (2001) este limite sobe para 20%. Não é necessária uma modelação precisa da deformação individual de cada partícula para se obter uma boa aproximação do comportamento mecânico do sistema.

Os modelos desenvolvidos no PFC<sup>2D</sup> para além de partículas contêm também "paredes", sendo possível aplicar velocidade às mesmas para fins de compactação e confinamento da assembleia de partículas. As partículas e as paredes interagem através das forças que se desenvolvem nos contactos. A equação do movimento é satisfeita para cada partícula, no entanto não o é para cada parede (as forças actuantes numa parede não influenciam o seu movimento). Não se formam contactos entre duas paredes, só entre duas partículas ou entre uma partícula e uma parede.

### **Ciclo de cálculo**

O ciclo de cálculo utilizado no PFC<sup>2D</sup> (ilustrado na Figura 6.1) é um algoritmo que consiste na aplicação repetida da lei do movimento a cada partícula, da lei da força-deslocamento a cada contacto e de uma actualização constante das posições das paredes. As ligações, que podem existir entre duas partículas, ou entre uma partícula e uma parede, formam-se e quebram-se durante o cálculo da simulação.

No início de cada ciclo, o conjunto de contactos é actualizado com base no conhecimento da posição das partículas e paredes. A lei da força-deslocamento é então aplicada a cada contacto para actualizar as forças de contacto com base no movimento relativo entre duas

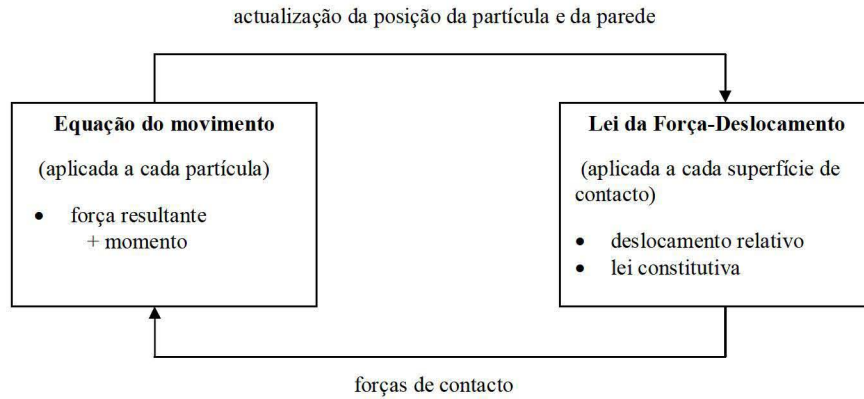


Figura 6.1: Ciclo de cálculo no PFC<sup>2D</sup> (Itasca Consulting Group, 2004)

entidades, no contacto e no modelo de contacto definido. De seguida, é aplicada a lei do movimento a cada partícula (2ª lei de Newton), para actualizar a sua velocidade e posição com base na força e momento resultantes das forças de contacto e na inércia a actuar na partícula. A posição das paredes é também actualizada com base nas suas velocidades.

### Lei da força-deslocamento

A lei da força-deslocamento é aplicada a contactos partícula-partícula e partícula-parede, e é descrita em termos de um ponto de contacto, denominado  $x_i^{[C]}$  pertencente ao plano de contacto definido pelo vector  $n_i$  (tal como representado nas Figuras 6.2 e 6.3).

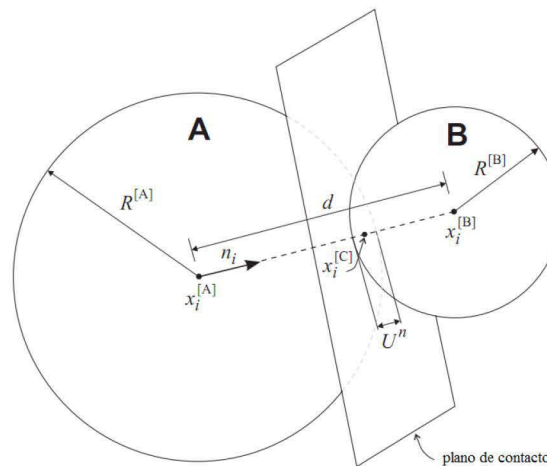


Figura 6.2: Notação usada para descrever o contacto partícula-partícula (Itasca Consulting Group, 2004)

O ponto de contacto está na área de interpenetração dos dois elementos. No contacto partícula-partícula o ponto de contacto está ao longo da linha que liga os centros das partículas, no caso de contacto partícula-parede encontra-se ao longo da linha que define a menor

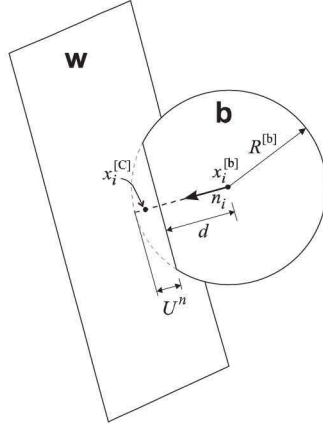


Figura 6.3: Notação usada para descrever o contacto partícula-parede (Itasca Consulting Group, 2004)

distância entre o centro da partícula e a parede.

A força de contacto decompõe-se numa componente normal ( $n$ ), que actua na direcção do vector normal, e numa componente de corte ( $s$ ), que actua no plano de contacto (expressão (6.1)). A lei da força-deslocamento relaciona estas duas componentes da força com o respectivo deslocamento relativo através da rigidez de contacto normal e de corte.

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (6.1)$$

Em que:

$F_i$  - força não equilibrada na partícula;

$F_i^n$  - força de contacto normal;

$F_i^s$  - força de contacto de corte.

A força de contacto normal é calculada através da expressão (6.2).

$$F^n = K^n \times U^n \quad (6.2)$$

Em que:

$K^n$  - módulo de rigidez normal definido com base no modelo de contacto definido;

$U^n$  - valor total do deslocamento.

O módulo de rigidez normal,  $K^n$ , é um módulo secante e relaciona o deslocamento e a força totais. Já o módulo de rigidez ao corte,  $k^s$ , é um módulo tangente, e por isso, relaciona a força com o deslocamento incremental em cada passo de cálculo. Quando se origina o contacto a força é nula. A partir desse momento, cada vez que ocorre um deslocamento de corte relativo,  $\Delta U^s$ , existe um incremento na força de corte,  $\Delta F^s$ . Então, a força de contacto de corte é calculada somando o valor do incremento,  $\Delta F^s$ , ao do início no passo de cálculo,  $F^s$ ,



como se pode verificar pela expressão (6.3).

$$F^s = F^s + \Delta F^s \quad (6.3)$$

$$\Delta F^s = -k^s \times \Delta U^s \quad (6.4)$$

### Lei do movimento - 2ª Lei de Newton

O movimento de uma partícula rígida é determinado pela força e momento resultantes actuando sobre ela, e pode ser dividido em dois movimentos: um movimento de translação de um ponto da partícula, e um movimento de rotação da partícula. O movimento de translação do centro de massa é descrito pela sua posição  $x_i$ , velocidade  $\dot{x}_i$  e aceleração  $\ddot{x}_i$ ; o movimento de rotação é descrito pela frequência angular  $w_i$ , e pela aceleração angular  $\dot{w}_i$ .

A equação do movimento de translação, na forma vectorial, sem amortecimento, é descrita pela expressão (6.5).

$$F_i = m \times (\ddot{x}_i - g_i) \quad (6.5)$$

Em que:

$F_i$  - soma das forças externas aplicadas na partícula;

$m$  - massa total da partícula;

$\ddot{x}_i$  - aceleração da partícula;

$g_i$  - aceleração da gravidade.

A equação do movimento de rotação, na forma vectorial, para partículas esféricas ou cilíndricas, é descrita pela expressão (6.6).

$$M_3 = I\dot{w}_3 = (\beta m R^2)\dot{w}_3 \quad (6.6)$$

Em que:

$M_3$  - momento total aplicado na partícula (de notar que no PFC<sup>2D</sup> se usa apenas uma componente do momento);

$I$  - momento de inércia;

$\dot{w}_3$  - aceleração angular da partícula;

$\beta$  - coeficiente que traduz a forma da partícula (considera-se 2/5 para esférica e 1/2 para cilíndrica);

$R$  - raio.

As equações do movimento, dadas pelas expressões (6.5) e (6.6), são integradas utilizando diferenças finitas centradas, com um passo de cálculo  $\Delta t$ . Os parâmetros  $\dot{x}_i$  e  $w_3$  são calculados para cada intervalo de  $t \pm n\Delta t/2$ ; e os parâmetros  $x_i$ ,  $\ddot{x}_i$ ,  $\dot{w}_3$ ,  $F_i$  e  $M_3$  são calculados



## Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

---

para os instantes finais ou iniciais do intervalo  $t \pm n\Delta t$ .

A lei do movimento não se aplica às paredes. A nova posição das paredes é determinada com base nas velocidades impostas, que não sofrem alteração devido à interacção com os restantes elementos.

### Passo de cálculo mecânico

As equações do movimento são integradas no PFC<sup>2D</sup> usando um procedimento de diferenças finitas centradas. Durante o passo de cálculo assumem-se a velocidade e a aceleração constantes e esses mesmos valores terão de ser baixos por forma a que os erros não se propaguem a mais do que às partículas vizinhas de cada partícula. Generalizando ao sistema global, é necessário que o passo de cálculo seja inferior ao valor crítico para que as soluções mantenham a estabilidade.

O PFC<sup>2D</sup> estima, no início de cada ciclo, o passo de cálculo crítico. O passo de cálculo em cada ciclo é tido como uma percentagem do valor crítico estimado.

Considerando um sistema unidimensional massa-mola o intervalo de tempo crítico é calculado pela expressão (6.7), (Itasca Consulting Group, 2004).

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} \quad (6.7)$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (6.8)$$

Em que:

$m$  - massa;

$k$  - rigidez da mola;

$T$  - período angular.

No caso de um sistema composto por infinitos sistemas simplificados, o menor período ocorre quando as massas se deslocam em movimentos opostos sincronizados sem que haja movimento no centro de cada mola. O intervalo de tempo crítico para este sistema é então calculado pela expressão (6.9).

$$t_{crit} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6.9)$$

### Amortecimento mecânico

A energia fornecida ao sistema de partículas é dissipada através do escorregamento por atrito; esta dissipação pode não ocorrer caso se considere nulo o atrito entre as entidades. Para atingir rapidamente uma solução de equilíbrio num razoável número de ciclos, o PFC<sup>2D</sup> permite aplicar três tipos de amortecimento diferentes: amortecimento local, amortecimento combinado e amortecimento viscoso. Os amortecimentos local e combinado actuam sobre as

partículas, ao passo que o amortecimento viscoso actua sobre os contactos.

No amortecimento local é aplicado um termo de força de amortecimento com uma amplitude proporcional à força não equilibrada em cada partícula. É adicionado às equações do movimento ((6.5) e (6.6)) um novo termo,  $F_i^d$ , de forma a que estas possam ser descritas pelas expressões ((6.10) e (6.11)).

$$\mathcal{F}_i + F_i^d = \mathcal{M}_i \times \mathcal{A}_i; \quad i = 1...3 \quad (6.10)$$

$$\mathcal{M}_i \mathcal{A}_i = \begin{cases} m\ddot{x}_i, & i=1 \dots 2 \\ I\dot{\omega}_3, & i=3 \end{cases} \quad (6.11)$$

Em que:

$\mathcal{F}_i$  - força destabilizadora, inclui a contribuição da força da gravidade;

$\mathcal{M}_i$  - massa;

$\mathcal{A}_i$  - componentes de aceleração;

$F_i^d$  - força de amortecimento local.

A força destabilizadora  $F_i^d$  é igual a  $\alpha \mathcal{F}_i$ , e  $\alpha$  é o coeficiente de amortecimento; por definição  $\alpha$  assume o valor de 0,7. O amortecimento local apresenta as seguintes vantagens (Itasca Consulting Group, 2004):

- apenas o movimento de aceleração é amortecido;
- o coeficiente de amortecimento  $\alpha$  é não dimensional;
- o coeficiente é independente da frequência, pelo que as zonas que possuem frequências próprias diferentes são amortecidas com o mesmo coeficiente.

O amortecimento combinado consiste na aplicação de uma força de amortecimento igualmente dependente da força destabilizadora e da variação da força no tempo. Este tipo de amortecimento é uma alternativa menos eficaz embora traga vantagens em casos de movimentos harmónicos uniformes.

Quando o amortecimento viscoso está activo, adicionam-se amortecedores na direcção normal e de corte a cada contacto, amortecedores estes que actuam em paralelo com o modelo de contacto definido. Uma força de amortecimento,  $D^n$  e  $D^s$ , é adicionada à força de contacto e actua no sentido oposto ao do movimento (expressão (6.12)).

$$D^n = c_n |V^n| \quad D^s = c_s |V^s| \quad (6.12)$$

Onde:

$c_n$  e  $c_s$  - componentes normal e de corte (respectivamente) do coeficiente de amortecimento;

## Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

$V^n$  e  $V^s$  - componente normal e de corte (respectivamente) da velocidade de contacto.

No *software* PFC<sup>2D</sup> os coeficientes de amortecimento não são atribuídos directamente. Em vez disso é introduzida uma fracção do coeficiente de amortecimento crítico na direcção normal e de corte ( $\beta_n$  e  $\beta_s$ ) (expressão (6.14)).

$$c_n = \beta_n c_n^{crit} \quad c_s = \beta_s c_s^{crit} \quad (6.13)$$

Onde:

$c_n^{crit}$  e  $c_s^{crit}$  - coeficiente de amortecimento crítico normal e de corte respectivamente.

$$c_n^{crit} = 2\sqrt{\frac{m_1 m_2 k_n}{m_1 + m_2}} \quad c_s^{crit} = 2\sqrt{\frac{m_1 m_2 k_s}{m_1 + m_2}} \quad (6.14)$$

No modelo desenvolvido na presente dissertação foram utilizados os amortecimentos local e viscoso.

### Modelos constitutivos de contacto

O comportamento de um material é simulado no PFC<sup>2D</sup> através da associação de modelos constitutivos simples a cada contacto. A rigidez normal e de corte ( $K^n$  e  $k^s$  das expressões (6.2) e (6.4)) está, como já referido, relacionada com o modelo de contacto definido. Na presente dissertação foram utilizados dois modelos de contacto:

- Modelo de Contacto Elástico Linear;
- Modelo de Burgers.

#### Modelo de Contacto Elástico Linear

No modelo de contacto linear considera-se que actuam duas molas em série por contacto, uma por cada entidade (duas partículas ou uma partícula e uma parede); e é definido pela rigidez normal e de corte ( $K^n$  e  $k^s$ ) dessas mesmas entidades (expressão (6.15)).

$$K^n = \frac{k_n^{[A]} k_n^{[B]}}{k_n^{[A]} + k_n^{[B]}} \quad k^s = \frac{k_s^{[A]} k_s^{[B]}}{k_s^{[A]} + k_s^{[B]}} \quad (6.15)$$

Em que  $^{[A]}$  e  $^{[B]}$  são relativas às duas entidades em contacto.

#### Modelo de Burgers

O modelo de contacto de Burgers é utilizado para simular o comportamento viscoelástico do mastique betuminoso. Este modelo, como já referido na secção 3.4, é a combinação em série



de dois modelos, o modelo de Maxwell e o modelo de Kelvin. Na figura 6.4 está representado o modelo, sendo  $m_1$  e  $m_2$  as massas das partículas,  $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$  os parâmetros do modelo de Burgers, e  $f$  o coeficiente de atrito.

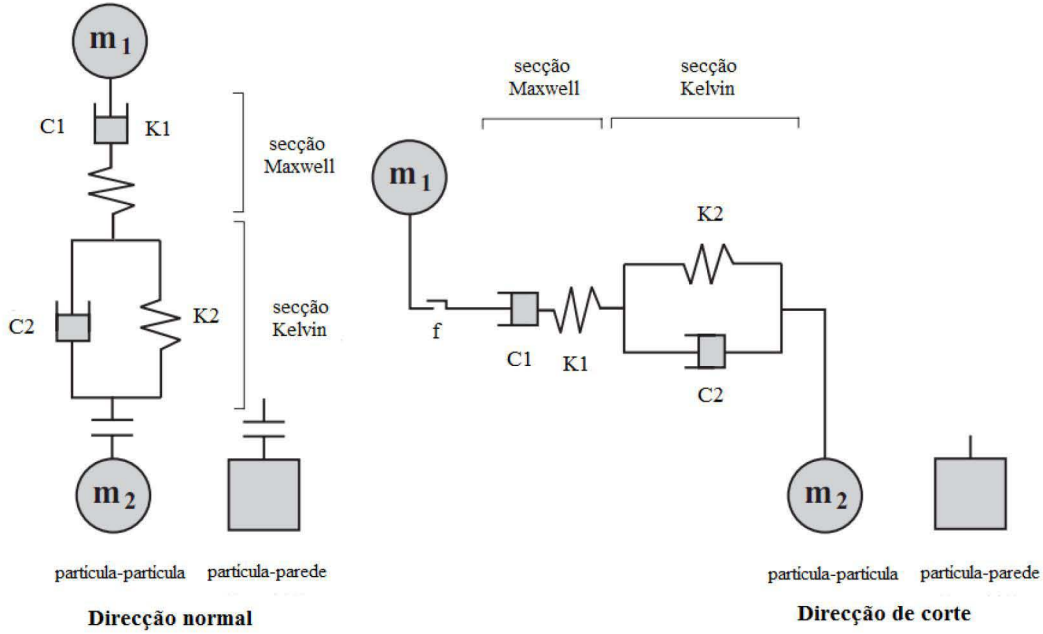


Figura 6.4: Modelo de Burgers (Itasca Consulting Group, 2004)

O deslocamento total do modelo de Burgers,  $u$ , é descrito pela expressão (6.16) e consiste no somatório dos deslocamentos da secção Kelvin,  $u_k$ , e da secção Maxwell,  $u_{m_k}$  e  $u_{m_c}$ .

$$u = u_k + u_{m_k} + u_{m_c} \quad (6.16)$$

Em que:

$u_k$  - deslocamento do elemento Kelvin;

$u_{m_k}$  - deslocamento da mola no elemento Maxwell;

$u_{m_c}$  - deslocamento do amortecedor no elemento Maxwell.

A força de contacto relativa à secção Kelvin é dada pela expressão (6.17).

$$f = \pm K_2 u_k \pm C_2 \dot{u}_k \quad (6.17)$$

Onde:

$f$  - força de contacto referente ao elemento Kelvin;

$K_2$  - rigidez no elemento Kelvin;

$C_2$  - viscosidade no elemento Kelvin.

Na secção de Maxwell existem duas forças de contacto, uma relativa à mola e outra ao amortecedor, uma vez que destas resultam deslocamentos diferentes (expressões (6.18) e (6.19)).



$$f = \pm K_1 u_{m_k} \quad (6.18)$$

$$f = \pm C_1 \dot{u}_{m_c} \quad (6.19)$$

A partir da expressão (6.17) obtém-se a equação da velocidade de deslocamento do elemento Kelvin que é dada pela expressão (6.20).

$$\dot{u}_k = \frac{-K_2 u_k \pm f}{C_2} \quad (6.20)$$

Utilizando uma aproximação por diferenças finitas centradas e assumindo valores médios para  $u_k$  e  $f$ , tem-se:

$$\frac{u_k^{t+1} - u_k^t}{\Delta t} = \frac{1}{C_2} \left[ -\frac{K_2(u_k^{t+1} + u_k^t)}{2} \pm \frac{f^{t+1} + f^t}{2} \right] \quad (6.21)$$

Assim sendo:

$$u_k^{t+1} = \frac{1}{A} \left[ B_{u_k}^t \pm \frac{\Delta t}{2C_2} (f^{t+1} + f^t) \right] \quad (6.22)$$

onde:

$$A = 1 + \frac{K_2 \Delta t}{2C_2} \quad (6.23)$$

$$B = 1 - \frac{K_2 \Delta t}{2C_2} \quad (6.24)$$

No modelo de Maxwell o deslocamento e a sua primeira derivada são dados, respectivamente, pelas expressões (6.25) e (6.26).

$$u_m = u_{m_k} + u_{m_c} \quad (6.25)$$

$$\dot{u}_m = \dot{u}_{m_k} + \dot{u}_{m_c} \quad (6.26)$$

Substituindo as derivadas das expressões (6.18) e (6.19) obtém-se:

$$\dot{u}_m = \pm \frac{\dot{f}}{K_1} \pm \frac{f}{C_1} \quad (6.27)$$

Utilizando novamente o algoritmo de diferenças finitas centradas e tomando valores médios para  $f$  obtém-se:

$$\frac{u_m^{t+1} - u_m^t}{\Delta t} = \pm \frac{f^{t+1} - f^t}{K_1 \Delta t} \pm \frac{f^{t+1} + f^t}{2C_1} \quad (6.28)$$

Do qual resulta:

$$u_m^{t+1} = \pm \frac{f^{t+1} - f^t}{K_1} \pm \frac{\Delta t (f^{t+1} + f^t)}{2C_1} + u_m^t \quad (6.29)$$

Para a totalidade do modelo e de acordo com a expressão (6.16) obtém-se:

$$u^{t+1} - u^t = u_k^{t+1} - u_k^t + u_m^{t+1} - u_m^t \quad (6.30)$$

Substituindo (6.22) e (6.29) na expressão (6.30), obtém-se então:

$$f^{t+1} = \pm \frac{1}{C} \left[ u^{t+1} - u^t + \left( 1 - \frac{B}{A} \right) u_k^t \mp D f^t \right] \quad (6.31)$$

$$C = \frac{\Delta t}{2C_2 A} + \frac{1}{K_1} + \frac{\Delta t}{2C_1} \quad (6.32)$$

$$D = \frac{\Delta t}{2C_2 A} - \frac{1}{K_1} + \frac{\Delta t}{2C_1} \quad (6.33)$$

A força de contacto  $f^{t+1}$  pode então ser calculada a partir dos valores de  $u^{(t+1)}$ ,  $u^t$ ,  $u_k^t$  e  $f^t$ .

### Critérios de Rotura

#### Modelo de deslizamento

O modelo de deslizamento é uma propriedade intrínseca de duas identidades que estão em contacto (partícula-partícula ou partícula-parede). No modelo de deslizamento para obter a força máxima de corte que o contacto permite utiliza-se a equação (6.34).

$$F_{max}^s = \mu |F_i^n| \quad (6.34)$$

Em que:

$F_{max}^s$  - força máxima de corte que o contacto permite;

$\mu$  - coeficiente de atrito;

$|F_i^n|$  - força de contacto normal.

Uma dada força de corte que exceda a força de corte máxima admissível implica que haja escorregamento e esta força terá como valor o calculado na equação (6.34).

#### Modelo de Contacto com Adesão

No PFC<sup>2D</sup> é possível aglomerar partículas através de contactos. Os tipos de modelos de contacto suportados pelo *software* em questão são o modelo de “Adesão Pontual” e o modelo

## Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

de “Adesão Paralela”, ambos unem as partículas.

No modelo de “Adesão Pontual” o contacto entre partículas ocorre apenas num ponto, enquanto no modelo de “Adesão Paralela” o contacto actua sobre uma área (secção circular ou rectangular) existente entre as partículas. No primeiro caso pode apenas transmitir uma força, já no segundo caso pode transmitir uma força e um momento.

Os modelos de “Adesão Pontual” e “Adesão Paralela” podem ocorrer simultaneamente, no entanto, a presença do modelo de “Adesão Pontual” inactiva o modelo de escorregamento.

Uma vez formado o contacto entre duas partículas, este existe até que a ligação se quebre. As partículas só se podem ligar entre si, não a uma parede; por defeito as partículas não estão ligadas.

O modelo de “Adesão Pontual” pode ser descrito como um par de molas elásticas com rigidez normal e de corte constantes actuando no ponto de contacto. Este modelo é definido pelas forças resistentes máximas.

Se a magnitude da força de contacto normal de tracção for igual ou superior à força resistente máxima, a ligação quebra-se e tanto a força de corte como a normal assumem o valor zero. Se a magnitude da força de contacto de corte igualar ou exceder a força resistente ao corte, o contacto quebra-se, mas as forças de contacto não se alteram, desde que a força de corte não exceda a força máxima de escorregamento e a força normal seja de compressão.

Este comportamento é descrito na Figura 6.5 onde  $F^n$  é a força de contacto normal ( $F^n > 0$  indica tracção),  $U^n$  o deslocamento relativo normal ( $U^n > 0$  indica a sobreposição de partículas),  $F^s$  a força de contacto de corte, e  $U^s$  o deslocamento de corte total medido relativamente à posição do ponto de contacto quando este se formou.

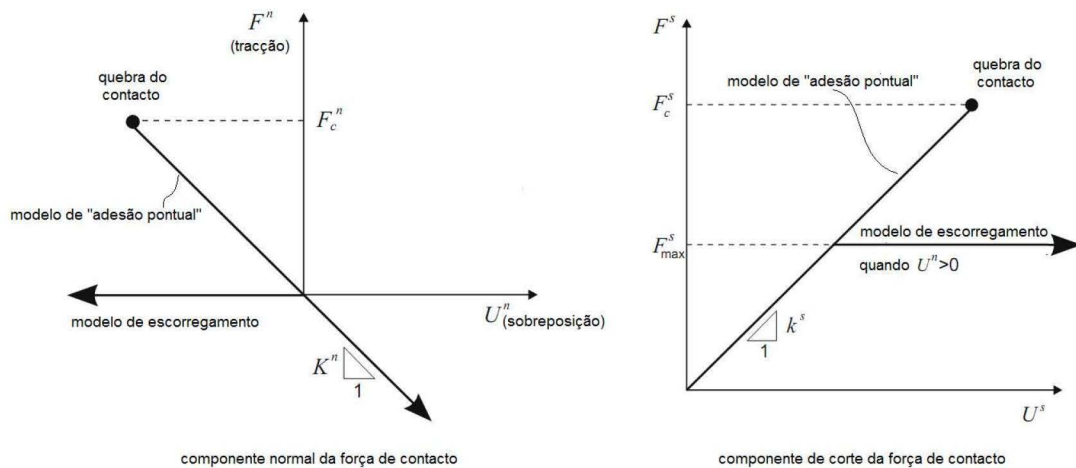


Figura 6.5: Comportamento de um contacto com o modelo de “Adesão Pontual” (Itasca Consulting Group, 2004)

O modelo de “Adesão Paralela” pode ser descrito como um conjunto de molas elásticas com rigidez normal e de corte constantes, uniformemente distribuídas por uma área (circular ou rectangular) no plano de contacto e centrada no ponto de contacto. Este modelo descreve o comportamento constitutivo de um material cimentício depositado entre duas partículas. As ligações estabelecem uma interacção elástica entre partículas que actuam em paralelo com o modelo de escorregamento ou com o modelo de “Adesão Pontual” descritos anteriormente. Assim, a existência de um modelo de “Adesão Paralela” não exclui a possibilidade de escorregamento (contrariamente ao que acontece com o modelo de “Adesão Pontual”). A Figura 6.6 apresenta um esquema exemplificativo deste modelo.

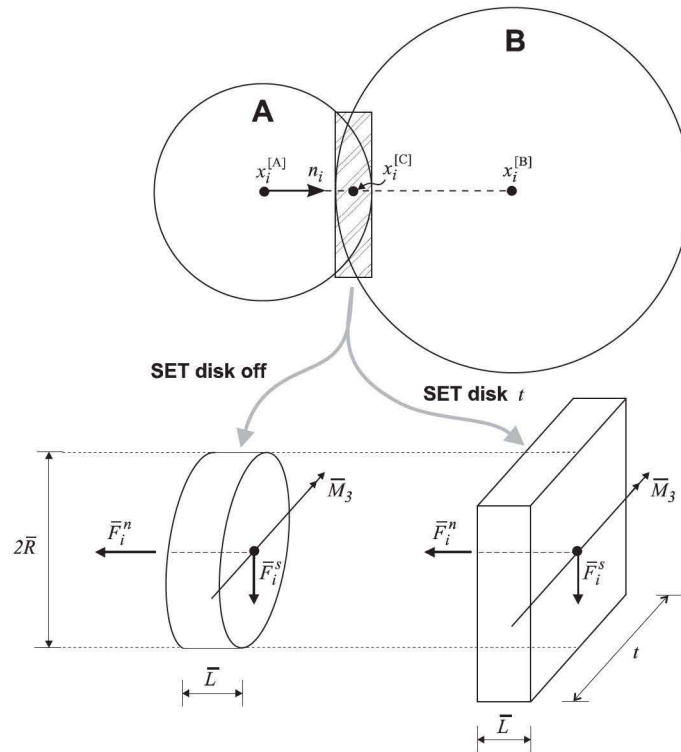


Figura 6.6: Representação de um contacto com “Adesão Paralela” (Itasca Consulting Group, 2004)

### Relação Micro-Macro

Na modelação de um corpo contínuo por elementos discretos que interagem através de pontos de contacto discretos é necessário definir as grandezas porosidade e tensor das tensões médias. No caso do PFC<sup>2D</sup> estas grandezas são analisadas para uma área circular (e não para um volume, como acontece na análise a 3 dimensões).

### Porosidade

A porosidade,  $n$ , é definida como o rácio da área total vazia pela área total do círculo de medição e é dada pela equação (6.35).



$$n = \frac{A^{vazia}}{A^{circ}} = \frac{A^{circ} - A^{partículas}}{A^{circ}} = 1 - \frac{A^{partículas}}{A^{circ}} \quad (6.35)$$

A área das partículas é calculada pela expressão (6.36)

$$A^{partículas} = \sum_{N_p} \left( A^{(p)} \right) - A^{sobreposição} \quad (6.36)$$

#### Tensor de tensões médias

A tensão é uma variável contínua e como tal não pode ser calculada para cada ponto numa assembleia de partículas (pois o meio é discreto). No PFC<sup>2D</sup> calculam-se as forças de contacto e os deslocamentos das partículas. Estas variáveis são úteis para o estudo do comportamento do material numa análise microscópica mas não podem ser transferidas directamente para uma análise macroscópica. A tensão é então obtida por procedimentos de cálculo da média das forças (duas componentes por contacto e forças resultantes de “Adesão Paralela”, caso existam) para a superfície de medição.

Por Itasca Consulting Group (2004), o tensor de tensões médias num volume de material  $V$  é definido pela expressão (6.37).

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (6.37)$$

Em que:

$\sigma_{ij}$  - tensor de tensões que actua no volume  $V$ .

Para um material discretizado, o integral pode ser substituído por um somatório em todas as partículas contidas no volume  $V$ , como se apresenta na expressão (6.38).

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{N_p} \bar{\sigma}_{ij}^{(p)} V^{(p)} \quad (6.38)$$

Em que:

$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)}$  - tensor de tensões para a partícula  $p$ .

Da mesma forma, o tensor de tensões médias da partícula pode ser calculado pela expressão (6.39).

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)} = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{V^{(p)}} \sigma_{ij}^{(p)} dV^{(p)} \quad (6.39)$$

A identidade,

$$S_{ij} = \delta_{ik} S_{kj} = x_{i,k} S_{kj} = (x_i S_{kj})_{,k} - x_i S_{kj,k} \quad (6.40)$$

é válida para qualquer tensor  $S_{ij}$ , e a notação  $[\cdot]_{,i}$  refere-se à derivada em relação a  $x_i$ . Aplicando esta identidade à tensão em cada partícula, obtém-se a expressão (6.41).

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)} = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{V^{(p)}} \left[ (x_i \sigma_{kj}^{(p)})_{,k} - x_i \sigma_{kj,k}^{(p)} \right] dV^{(p)} \quad (6.41)$$

As tensões em cada partícula assumem-se contínuas e em equilíbrio. No caso de não existirem forças de massa, a condição de equilíbrio é  $\sigma_{ij} = 0$ . O volume a integrar na equação (6.41) é substituído por uma superfície, através da aplicação do teorema da divergência de Gauss ao primeiro termo e o segundo termo é nulo pela ausência de força de massa. Pode então escrever-se a expressão (6.42).

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)} = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{S^{(p)}} (x_i \sigma_{kj}^{(p)}) n_k dS^{(p)} = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{S^{(p)}} x_i t_j^{(p)} dS^{(p)} \quad (6.42)$$

Em que:

$S^{(p)}$  - superfície da partícula;

$n_k$  - vector unitário normal à superfície;

$t_j^{(p)}$  - vector de tracção.

Tendo em conta que cada partícula é carregada por forças pontuais que actuam nos pontos de contacto discretos, o integral anterior (da expressão (6.42)) pode ser substituído pelo somatório em todos os contactos  $N_c$  da partícula, obtendo-se a expressão (6.43).

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)} = -\frac{1}{V^{(p)}} \sum_{N_c} x_i^{(c)} F_j^{(c)} \quad (6.43)$$

Em que:

$x_i^{(c)}$  - posição do ponto de contacto;

$F_j^{(c)}$  - força que actua sobre o contacto.

Segundo a convenção do PFC<sup>2D</sup> as forças normais são positivas para a compressão e negativas para a tracção, assim se explica o sinal negativo aplicado na equação (6.43) de forma a alterar a convenção para a mais comumente usada (positivo para a tracção e negativo para a compressão).

A posição do contacto presente na expressão (6.43) pode ser determinada a partir da equação (6.44).

$$x_i^{(c)} = x_i^{(p)} + \left| x_i^{(c)} - x_i^{(p)} \right| n_i^{(c,p)} \quad (6.44)$$

Sendo:

$x_i^{(p)}$  - posição do centróide da partícula;

$n_i^{(c,p)}$  - vector unitário direccionado do centróide da partícula para o contacto.

Substituindo a expressão (6.44) na (6.45) e, tendo em consideração que para uma partícula em equilíbrio:

$$\sum_{N_c} F_j^{(c)} \equiv 0 \quad (6.45)$$

obtém-se o tensor das tensões médias da partícula (expressão (6.46)).

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(p)} = -\frac{1}{V^{(p)}} \sum_{N_c} \left| x_i^{(c)} - x_i^{(p)} \right| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (6.46)$$

O tensor das tensões médias de um volume de material,  $V$ , pode determinar-se aplicando as expressões (6.46) e (6.38) a todas as partículas que estão dentro do referido volume. Porém, apenas se consideram as partículas cujos centróides estão dentro da área de medição, o que leva à necessidade de calcular a variável tendo por base a porosidade do círculo de medição.

É feita a seguinte transformação:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V_m} \sum_{N_p} \bar{\sigma}^{(p)} V^{(p)} \Rightarrow \left( \frac{1-n}{\sum_{N_p} V^{(p)}} \right) \sum_{N_p} \bar{\sigma}^{(p)} V^{(p)} \quad (6.47)$$

A expressão final (6.48) é então a utilizada no PFC<sup>2D</sup> para calcular ao tensor das tensões médias.

$$\bar{\sigma}_{ij} = - \left( \frac{1-n}{\sum_{N_p} V^{(p)}} \right) \sum_{N_p} \sum_{N_c} \left| x_i^{(c)} - x_i^{(p)} \right| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (6.48)$$

Em que:

$n$  - porosidade;

$V^{(p)}$  - volume da partícula  $p$  (que é a área da partícula vezes a espessura unitária);

$x_i^{(p)}$  - posição do centróide da partícula;

$x_i^{(c)}$  - posição do ponto de contacto;

$n_i^{(c,p)}$  - vector unitário direccionado do centróide para o contacto;

$F_j^{(c)}$  - força actuante no contacto direccionado do centróide para o contacto.



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

#### Vantagens e limitações de um modelo PFC<sup>2D</sup>

Abbas(2004) apresentou diversas vantagens de utilização de um modelo desenvolvido no PFC<sup>2D</sup> as quais serão aqui sumarizadas. O facto de os elementos terem formato circular leva a que o tempo de cálculo seja bastante inferior, uma vez que existe muito maior facilidade na detecção de contactos entre partículas circulares do que entre partículas angulosas. Tem capacidade para modelar a interacção de milhares de partículas; e não há limite para a magnitude do deslocamento e das deformações que podem ser modeladas. Podem modelar-se problemas estáticos e dinâmicos. Para além do já referido, considera-se que a análise não é muito exigente no que diz respeito à memória computacional, uma vez que podem ser obtidos resultados apenas de tempos intermédios (definidos consoante o pretendido).

Micaelo (2008) apontou duas importantes limitações aos modelos a duas dimensões. Embora não seja uma limitação apenas comum aos modelos MED, o autor chama a atenção para o facto de no PFC<sup>2D</sup> a força e os momentos relativos ao plano normal ao plano de análise não serem considerados na lei do movimento e na lei da força-deslocamento, contrariamente ao que acontece nos modelos de base contínua em que se considera que existe um estado de tensão ou extensão plano nesse plano. A outra, e principal limitação referida diz respeito à porosidade e arranjo das partículas. Num modelo a 2D as partículas estão todas alinhadas sobre o plano não sendo possível que se imobilizem por contacto com outras partículas fora do plano (como acontece nos modelos a 3D) dando origem a uma assembleia com uma porosidade mais baixa.

A presente secção teve como referências bibliográficas: Itasca Consulting Group (2004), Abbas (2004) e Micaelo (2008).

### 6.3 Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

Na análise macroscópica (Capítulo 5) foram utilizados os valores do módulo de rigidez ( $E^*$ ) e do ângulo de fase ( $\phi$ ) provenientes dos ensaios laboratoriais de Silva (2005) e obtiveram-se os valores dos parâmetros do modelo de Burgers ( $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$ ).

Já na análise microscópica o procedimento será distinto. São atribuídos valores aos parâmetros de Burgers e é simulado o ensaio de determinação da rigidez (à semelhança do ensaio laboratorial) sendo obtidos os valores do módulo de rigidez e do ângulo de fase. O objectivo é determinar quais os parâmetros do Modelo de Burgers que conduzem aos valores de  $E^*$  e de  $\phi$  mais aproximados dos obtidos laboratorialmente. Uma vez determinados os parâmetros que conduzem a uma melhor aproximação dos resultados de laboratório, é então possível estabelecer uma comparação entre os parâmetros do modelo de Burgers macroscópicos e microscópicos.



### 6.3.1 Formação da assembleia

Primeiramente é necessário definir uma assembleia de partículas, estável, equilibrada, de baixa porosidade, com um número médio razoável de ligações (contactos) por partícula. No presente trabalho criaram-se várias assembleias tendo sido escolhida a que, no seu conjunto, apresenta melhores características, ou seja, a representação mais aproximada de um provete de mastique real.

As partículas que compõem o provete de mastique, definido no PFC<sup>2D</sup> são circulares, têm todas igual raio, são tratadas como discos com uma unidade de espessura ( $1cm$ ), e o conjunto de partículas forma um padrão irregular.

São definidos os valores de amortecimentos local e viscoso (normal e de corte), os valores de rigidez (normal e de corte) e a aceleração da gravidade. São igualmente definidos os valores do coeficiente de atrito das paredes e das partículas bem como o valor da massa volúmica das partículas de mastique betuminoso. Estes valores podem ser consultados no Quadro 6.1 e foram utilizados na primeira assembleia realizada, alguns deles foram modificados no processo de procura da assembleia final.

Quadro 6.1: Características utilizadas na primeira assembleia definida

	partículas	paredes
amortecimento local	$\alpha = 0,7$	
amortecimento viscoso	$\alpha^n = \alpha^s = 0,2$	
rigidez linear	$K^n = k^s = 10MN/m$	
aceleração da gravidade	$9,81m/s^2$	
coeficiente atrito	$\mu = 2$	$\mu = 0$ ou $\mu = 0,25$
massa volúmica	$2170kg/m^3$	-

É também necessário definir círculos de medição, tornando-se possível conhecer características do conjunto de partículas cujo centróide se encontra dentro da área do círculo de medição. Avaliaram-se as propriedades recorrendo a assembleias com 3, 6, 12 e 40 círculos de medição (Figura 6.7) e analisou-se a variação da porosidade de cada uma das assembleias. O estudo realizado de seguida é aplicado à assembleia final (que será apresentada na Figura 6.12 e no Quadro 6.4).

Na Figura 6.8 apresentam-se os gráficos da porosidade na direcção horizontal, sendo cada posição a média das porosidades da coluna respectiva (da esquerda para a direita) e na direcção vertical, sendo cada posição a média dos valores medidos nos círculos em cada linha (de baixo para cima). Os números nos eixo das abcissas são relativos simultaneamente às linhas (direcção vertical) e às colunas (direcção horizontal).

Uma vez conhecida a variação da porosidade das assembleias com diferente número de círculos de medição, avaliou-se essa mesma variação através do cálculo do desvio padrão (expressão (6.49)).

### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

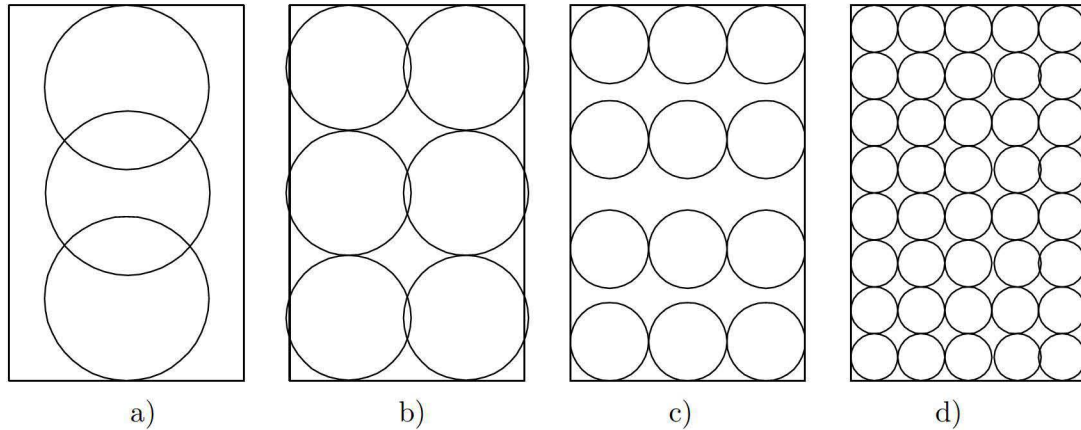


Figura 6.7: Círculos de medição

	n° circ	$\phi$ circ [m]	$\sigma$
a)	3	0,034	0,18
b)	6	0,027	0,98
c)	12	0,017	1,11
d)	40	0,010	1,30

Quadro 6.2: Desvio padrão das quatro possíveis configurações de círculos de medição

$$\sigma^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (e_i - e)^2 \quad (6.49)$$

Sendo:

$\sigma$  - desvio padrão;

$m$  - número de círculos de medição;

$e_i$  - porosidade do círculo de medição  $i$ ;

$e$  - porosidade do maior círculo possível dentro dos limites da assembleia.

Os resultados do desvio padrão obtidos para as quatro configurações (a, b, c e d) estão presentes no Quadro 6.2, bem como os diâmetros dos círculos de medição, e o número de círculos de medição. A porosidade do maior círculo possível é de 0,2065.

Na Figura 6.9 é representado o desvio padrão da porosidade em cada caso, em função do rácio de diâmetros da partícula e do círculo de medição de cada hipótese. O diâmetro das partículas (é constante) e é de 0,000535m.

Depois de analisadas as hipóteses concluiu-se que a configuração com o melhor compromisso entre o desvio padrão mais baixo e o maior número de círculos possível é a configuração b), com 6 círculos de medição.

Uma vez estabelecidos os 6 círculos de medição, definem-se os limites do provete (paredes) e é gerado um número definido de partículas com raio definido. Começaram por se criar

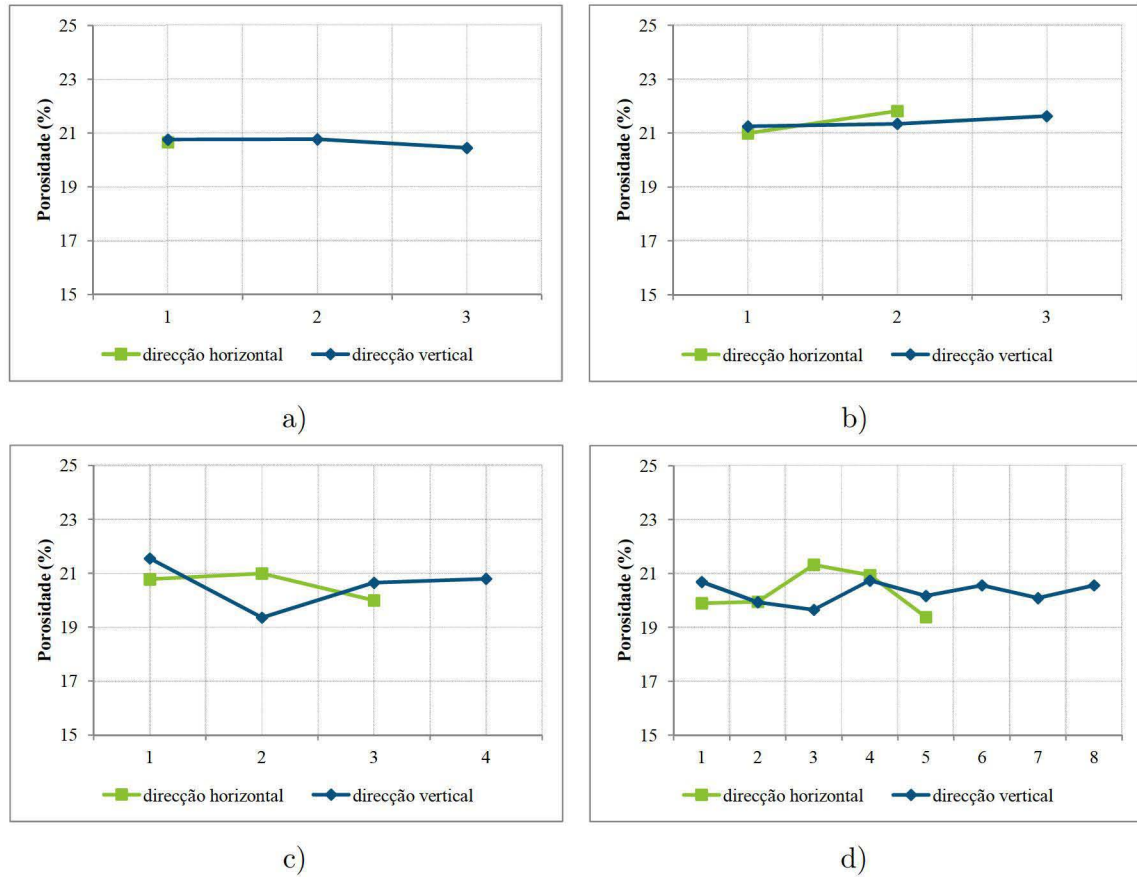


Figura 6.8: Representação da variação da porosidade para as quatro configurações de círculos de medição

partículas com 2,8mm de raio, porém, uma vez que se pretende obter uma assembleia com porosidade baixa, e com um número médio de ligações por partícula entre três e quatro tornou-se necessário reduzir o tamanho das partículas (tendo a assembleia final ficado com partículas de raio 0,535mm, ver Quadro 6.3).

São vários os procedimentos utilizados para estabilizar a assembleia e reduzir os vazios entre partículas.

Um dos métodos é a deposição por gravidade (método "a"). Quando as partículas são geradas a gravidade está definida como nula, ou seja as partículas estão a "flutuar"; se após a criação das partículas se atribuir gravidade e forem realizados ciclos de cálculo, as partículas descem e assentam na base do provete até ao equilíbrio, aumentando assim o espaço disponível no topo do provete que pode então ser preenchido por mais partículas.

Existe um outro método denominado compressão isotrópica que consiste em atribuir velocidade às paredes (limites exteriores) do provete de forma a aproximar as partículas e assim reduzir os espaços vazios entre estas. No presente trabalho foi utilizado este método de duas formas.



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

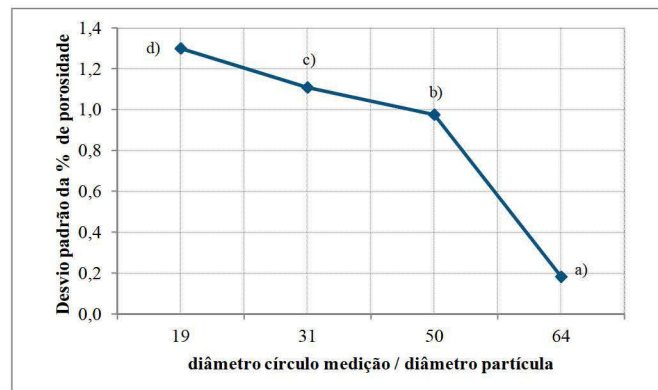


Figura 6.9: Desvio padrão da porosidade em função do rácio diâmetros partícula/círculo de medição

Primeiramente foi implementado por camadas (método "b") definindo três paredes do provete (a parede da base e as duas paredes laterais) e criando uma ou mais paredes com velocidade vertical (de cima para baixo) que vão juntando as partículas, e sempre que uma camada está comprimida, geram-se partículas de novo para o espaço que fica livre imediatamente acima (ver Figura 6.10).

A outra forma sob a qual se implementou o procedimento de compressão isotrópica foi gerando partículas num espaço superior ao ocupado pelo provete e aproximando sucessivamente cada parede horizontal e vertical (através da imposição de velocidade) até se atingirem as dimensões finais do provete de mastique betuminoso, como se pode observar na Figura 6.11 (método "c").

Existe a possibilidade de alterar o tamanho das partículas (o raio) depois de estas serem geradas. O que permite gerar partículas com raio inferior, e posteriormente aumentar o mesmo, deixando depois que as partículas se reorganizem até atingirem o equilíbrio. A este procedimento dá-se o nome de expansão do raio (método "d").

Depois de geradas as partículas e paredes e de estabilizada a assembleia, adicionou-se (a algumas assembleias) a resistência ao corte e à tracção entre partículas, realizando mais ciclos de cálculo de seguida por forma a atingir novamente o equilíbrio. Começou por se atribuir uma coesão de 500KN/m.

A assembleia deve ser estável de forma a que, se retiradas as paredes e se efectuados novos ciclos de cálculo, se mantenha coesa, e sem que as partículas saiam da área do provete. Isto acontece se as forças exercidas nas paredes forem nulas, ou próximas de zero. Este foi então outro factor a ter em conta na definição da assembleia, tendo-se tentado que as forças nas paredes fossem o mais baixas possível.



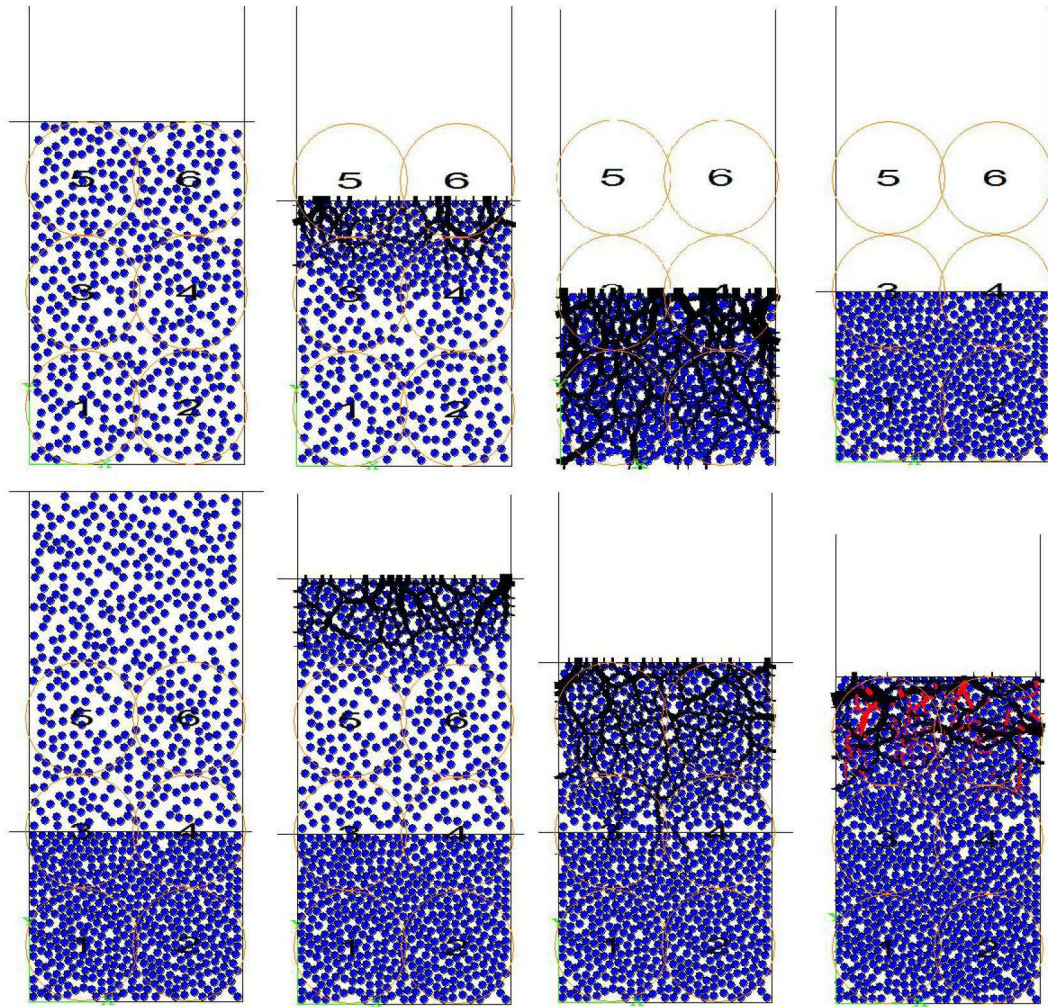


Figura 6.10: Compressão isotrópica por camadas (método "b")

No Quadro (6.3) apresentam-se algumas das assembleias definidas, bem como as suas principais características: raio inicial e (quando utilizado o método "d") final (mm), número de partículas, rigidez linear (N/m), coesão (N/m), número de ciclos, métodos de estabilização da assembleia utilizados, número médio de ligações por partícula, porosidade, e força exercida nas paredes do provete (N). Os valores do número médio de ligações por partícula e da porosidade foram obtidos a partir da média dos valores dos seis círculo de medição.

Nas primeiras assembleias realizadas (1-5) a estabilização foi imposta por intermédio dos métodos de compressão isotrópica por camadas e pela acção da gravidade.

As assembleias 1 e 2 foram as primeiras a realizar-se, tendo o maior raio (2,8 mm) e têm ambas um bom número de contactos por partícula e uma porosidade baixa; no entanto as forças exercidas nas paredes horizontais e verticais são muito elevadas, o que significa que o provete não está estável e, se retiradas as paredes, as partículas de imediato se deslocam para a área fora dos limites do provete.



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

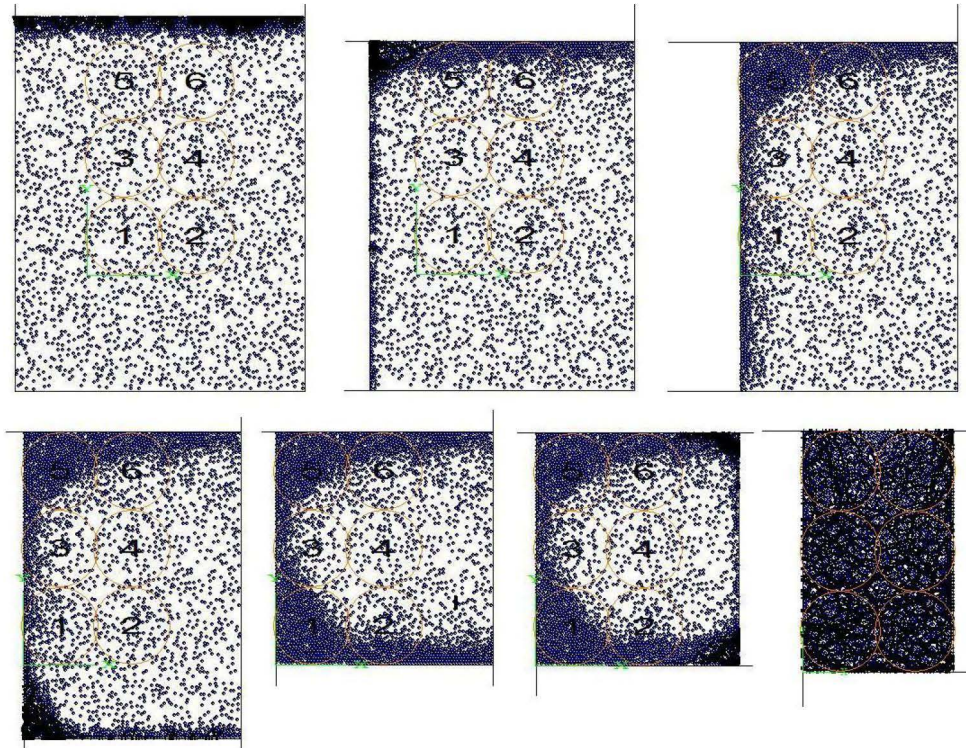


Figura 6.11: Compressão isotrópica por imposição de velocidade a todas as paredes (método "c")

Quadro 6.3: Assembleias

A.	$r_i$ [mm]	$r_f$ [mm]	nº part.	rigidez [N/m]	coesão [N/m]	nº ciclos	mét.	coord. nº	poros.	$F_x$ [N]	$F_y$ [N]
1	2,8	-	160	1e7	-	380200	a,b	4,30	0,103	24910	42610
2	2,8	-	160	1e7	5e5	380200	a,b	4,28	0,111	25730	40180
3	1,0	-	950	1e7	-	380200	a,b	1,05	0,251	0	0
4	1,0	-	950	1e7	5e5	380200	a,b	2,51	0,256	209,6	102,5
5	0,5	-	4000	1e7	5e5	380200	a,b	3,49	0,222	2709	2377
6	1,0	-	1300	1e7	5e5	710400	a,c	4,67	0,080	66960	19990
7	1,0	-	950	1e7	-	710400	a,c	1,39	0,252	0,10	0,19
8	0,5	0,525	4000	1e7	-	740400	a,c,d	3,99	0,161	18380	9959
9	0,5	0,525	3500	1e7	-	740400	a,c,d	1,58	0,241	1,97	2,28
10	0,5	0,535	3700	1e5	1e20	1640400	a,c,d	3,81	0,179	87,90	44,28
11	0,5	0,535	3550	1e5	1e20	1640400	a,c,d	3,47	0,207	27,24	14,55
12	0,5	0,535	3520	1e5	1e20	1640400	a,c,d	3,33	0,214	12,43	6,58

As assembleias 3 e 4 são constituídas por 950 partículas de raio igual a 1 mm. Apesar das forças exercidas na parede serem nulas no caso da assembleia 3 (o que se considera que seria o caso ideal) o número de contactos por partícula é insuficiente e a porosidade é alta. Quanto à assembleia 4, diverge da 3 apenas no facto de ter coesão o que se traduz num aumento das forças exercidas nas paredes e num aumento do número de contactos por partícula, sendo contudo ainda muito baixo. Conclui-se que ambas as assembleias têm um número muito



## Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

---

reduzido de partículas tendo em conta o tamanho das mesmas e a área do provete.

Relativamente à assembleia 5, foram geradas 4000 partículas com 0,5 mm e com coesão. O número de ligações por partículas está dentro do limite pretendido (entre 3 e 4) e a porosidade ligeiramente alta, no entanto as forças exercidas nas paredes do provete são excessivamente elevadas.

Nas duas assembleias seguintes (6 e 7) aplicou-se igualmente a acção da gravidade como meio de estabilização do provete e relativamente à compressão isotrópica utilizou-se o método "c". Ambas têm partículas de 1 mm, no entanto a primeira tem mais 350 partículas que a segunda, para além de que tem coesão. As diferenças são muito significativas. A assembleia 6 tem uma porosidade baixa e um número de contactos por partícula elevado, no entanto as forças exercidas nos limites do provete são muito elevadas. Pelo contrário o provete relativo à assembleia 7 exerce forças nos seus limites próximas de zero, no entanto o número de contactos por partícula é muito baixo.

A partir da assembleia 8 (inclusive) é introduzido o método de expansão do raio (método "d") que será utilizado em todas as restantes assembleias, aliado ao método de compressão isotrópica ("c") e à estabilização por acção da gravidade.

As assembleias 8 e 9 são ambas de partículas com 0,5 mm de raio inicial e 0,525 mm de raio final, sendo que a primeira tem mais 500 partículas do que a segunda. O número de contactos por partícula e a porosidade têm bons valores para a assembleia 8, no entanto as forças exercidas nos limites do provete são muito elevadas. Já na assembleia 9 as forças são baixas como pretendido, mas o número de contactos por partícula é muito baixo.

Uma vez que sempre que as forças nas paredes são baixas, os contactos por partícula são insuficientes e a porosidade alta, e vice-versa, experimentou-se aumentar substancialmente a coesão entre partículas de forma a conseguir um provete mais estável. Às últimas três assembleias foi atribuída uma coesão de  $1 \times 10^{20}$  N/m, conseguindo finalmente aliar um bom número de contactos por partícula a forças nas paredes mais baixas.

Tentando obter-se um compromisso entre as várias características requeridas, chegou-se à assembleia 12 que, embora tenha uma porosidade um pouco alta 21,4%, é a que está mais próxima de reunir as características pretendidas. Esta é a assembleia final (Figura 6.12) que será utilizada na simulação dos ensaios de rigidez para os oito mastiques, às três temperaturas (5°C, 15°C e 25°C) e três frequências (10 Hz, 0,5 Hz e 0,01 Hz) e tem as características apresentadas no Quadro 6.4.

O algoritmo de geração da assembleia de partículas utilizado no MED é apresentado no Anexo B.

### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

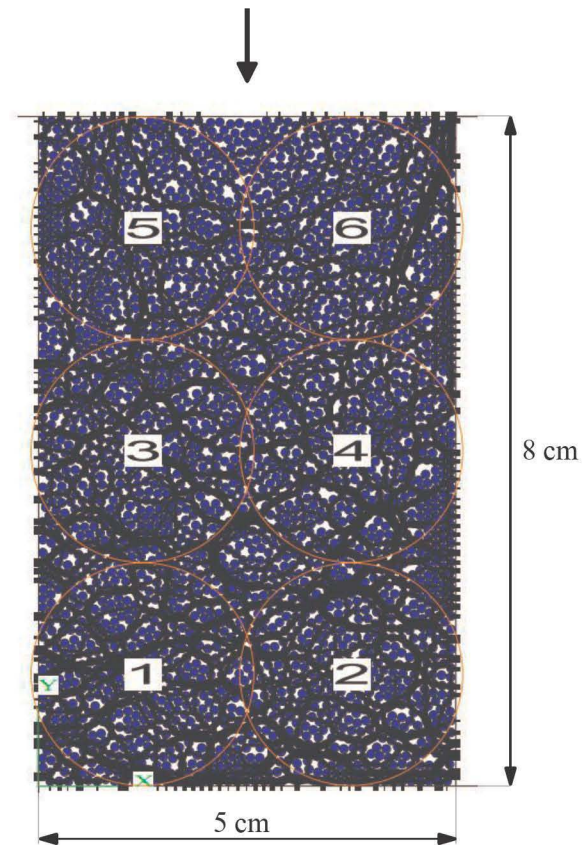


Figura 6.12: Assembleia escolhida para ser submetida aos ensaios de rigidez

Quadro 6.4: Características da assembleia final

	partículas	paredes
amortecimento local	$\alpha = 0,7$	
amortecimento viscoso	$\alpha^n = \alpha^s = 0,2$	
rigidez linear	$K^n = k^s = 100\text{KN/m}$	
aceleração da gravidade	$9,81\text{m/s}^2$	
coeficiente atrito	$\mu = 2$	$\mu = 0$ ou $\mu = 0,25$
massa volúmica	$2170\text{kg/m}^3$	-
raio inicial	$0,0005\text{m}$	-
raio final	$0,000535\text{m}$	-
nº partículas	3520	-
coesão	$1e20\text{N/m}$	-
nº círculos medição	6	
nº ciclos cálculo	1640400	
métodos utilizados	a, c, d	
nº ligações por partícula	3,33	-
porosidade	0,214	-
força xx	12,43N	
força yy	6,58N	



### 6.3.2 Ensaio de carregamento

Uma vez definida a assembleia (Figura 6.12) que mais se aproxima das condições e propriedades reais do provete de mastique betuminoso é necessário definir como recriar no *software* PFC<sup>2D</sup> o ensaio de carregamento realizado laboratorialmente.

Começou por se definir o valor dos parâmetros do modelo de Burgers normais e de corte ( $K_1^n$ ,  $K_1^s$ ,  $C_1^n$ ,  $C_1^s$ ,  $K_2^n$ ,  $K_2^s$ ,  $C_2^n$  e  $C_2^s$ ), a coesão normal e de corte entre partículas ( $1 \times 10^{20}$  N/m) e redefiniu-se o amortecimento para valor nulo. Sendo a aceleração da gravidade definida como zero e eliminando as paredes laterais do provete (ficando apenas a parede da base e a de topo) está-se em condições de aplicar o carregamento.

Aplicou-se o carregamento cíclico de extensão controlada ( $\varepsilon_0 = 1 \times 10^{-4}$  m/m) à parede superior do provete impondo uma velocidade à referida parede (expressão (6.51)).

$$\text{deslocamento placa} = L \cdot \varepsilon_0 \cdot \cos(w \cdot t \cdot 1,5 \times 10^4) \quad (6.50)$$

$$\text{velocidade placa} = -L \cdot \varepsilon_0 \cdot \sin(w \cdot t \cdot 1,5 \times 10^4) \cdot w \cdot 1,5 \times 10^4 \quad (6.51)$$

Sendo a altura do provete  $L = 0,08m$  e a frequência angular  $w = 2\pi f$ .

No entanto, no *software* PFC<sup>2D</sup> não é possível atribuir coesão entre paredes e partículas. É possível actuar à compressão sobre o provete, mas quando a parede se desloca no sentido inverso (quando sobe), as partículas não são traccionadas, uma vez que a parede se afasta e tende a perder a ligação com as partículas.

Como alternativa haveria a hipótese de substituir a parede superior do provete por uma “CLUMP” (nome dado pelo *software* a um conjunto de partículas que se comporta como um corpo rígido e cuja ligação não se quebra independentemente das forças que sobre ela actuem). As partículas contidas numa “CLUMP” permanecem a uma distância fixa umas das outras. No entanto, os contactos com partículas externas à “CLUMP” não são afectados e desenvolvem-se quando as partículas da “CLUMP” entram em contacto com outras partículas.

Tornaria-se assim possível criar uma “parede virtual” de partículas ligadas entre si (“CLUMP”), sobre a qual actua a velocidade de carregamento (expressão (6.51)), e atribuir coesão entre as partículas do provete de mastique e a “parede”. No entanto nas simulações geradas num provete com “CLUMP” o gráfico do deslocamento, gerado a partir do PFC<sup>2D</sup>, apresenta um aumento do deslocamento positivo e um decréscimo do deslocamento negativo ao longo do tempo, o que não corresponde às condições de ensaio, uma vez que a amplitude máxima da extensão tem um valor definido ( $\varepsilon_0 = 1e^{-4}m$ ). Uma vez que este crescimento do deslocamento não ocorre quando é utilizada uma parede, decidiu-se realizar a simulação do ensaio

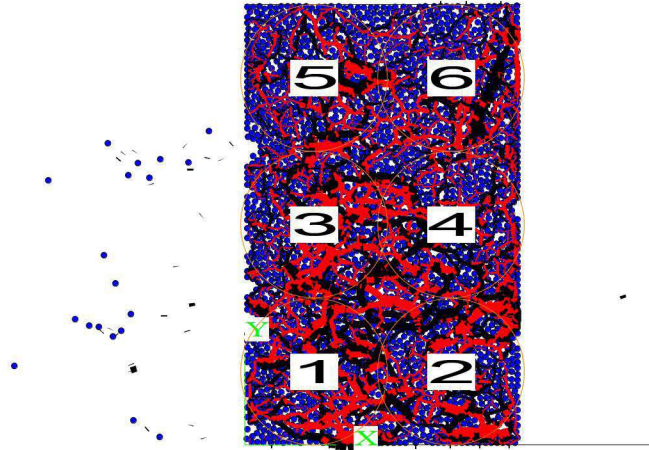


Figura 6.13: Provete após ensaio de carregamento (simulação A a 10Hz)

com uma parede com uma pré-compressão (e não com uma “CLUMP”).

Na Figura 6.13 observa-se um provete após a realização do ensaio, relativo à simulação A (cujos parâmetros se podem ver mais à frente no Quadro 6.5), à frequência de 10Hz. Verifica-se que algumas partículas se desagregaram do conjunto e é visível um aumento considerável de forças de contacto à tracção (a encarnado) relativamente ao mesmo provete antes da realização do ensaio (Figura 6.12).

O algoritmo relativo ao ensaio de rigidez utilizado no PFC<sup>2D</sup> é apresentado no Anexo C.

### 6.3.3 Formulação numérica para obtenção do módulo de rigidez e do ângulo de fase

Após a simulação do ensaio de rigidez são exportados, do PFC<sup>2D</sup>, a variação dos valores da posição (em  $y$ ) e da força exercida na parede (em  $y$ ) em função do tempo. Através da posição,  $y$ , é possível obter-se a extensão,  $\varepsilon$ , (expressão (6.52)) e, através da força,  $F$ , a tensão,  $\sigma$ , (expressão (6.53)).

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{(y - L)}{L} \quad (6.52)$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (6.53)$$

Sendo:

$\Delta L$  - deslocamento da parede segundo  $yy$ ;

$L$  - altura do provete de mastique ( $L = 0,08m$ );

$y$  - coordenada em  $yy$  da parede superior do provete;

$F$  - força exercida na parede;



## Capítulo 6. Modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico

$A$  - área da base do provete de mastique betuminoso ( $A = 0,05 \times 0,05 = 0,0025m^2$ ).

De seguida, tendo por base o estudo realizado por Liu *et al.* (2010) foi gerado um algoritmo no *software* Mathematica para a partir dos valores de tensão e de extensão, obtidos em função do tempo, determinar o módulo de rigidez e o ângulo de fase correspondentes. O referido trabalho desenvolveu um método para analisar o ensaio de rigidez de misturas betuminosas. O principal objectivo do estudo prende-se com a obtenção de equações de regressão óptimas para os valores de tensão e correspondente extensão obtidos no ensaio de rigidez, tendo sido desenvolvidos dois procedimentos para aproximação da tensão, e três para aproximação da extensão. No presente trabalho são utilizados dois dos referidos procedimentos (expressões (6.54) e (6.55)).

$$\sigma(t) = a \cos(wt) + b \sin(wt) + c + dt \quad (6.54)$$

$$\varepsilon(t) = A \cos(wt) + B \sin(wt) + C + Dt \quad (6.55)$$

Onde:

$a, b, c, d$  - coeficientes de regressão da tensão;

$A, B, C, D$  - coeficientes de regressão da extensão;

$w$  - frequência angular ( $w = 2\pi f$ );

$t$  - tempo de ensaio.

São conhecidas todas as variáveis excepto os coeficientes de regressão, que são então obtidos no algoritmo desenvolvido no Mathematica. Como o ensaio realizado é com controlo de extensão, e o deslocamento aplicado tem o andamento de uma função coseno, sabe-se de antemão que o coeficiente  $B$  presente na expressão (6.55) associado à parcela seno será nulo. Uma vez conhecidos os valores dos coeficientes para a tensão e a extensão, de acordo com Liu *et al.* (2010) para o caso do presente estudo, o módulo de rigidez e o ângulo de fase são determinados recorrendo às expressões (6.56) e (6.57).

$$\sigma_0 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad e \quad \phi_\sigma = \arctan\left(-\frac{b}{a}\right) \quad (6.56)$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{A^2 + B^2} \quad e \quad \phi_\varepsilon = \arctan\left(-\frac{B}{A}\right) \quad (6.57)$$

Por fim determinam-se os valores do módulo de rigidez e o ângulo de fase através das expressões (6.58) e (6.59).

$$|E^*| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \quad (6.58)$$



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

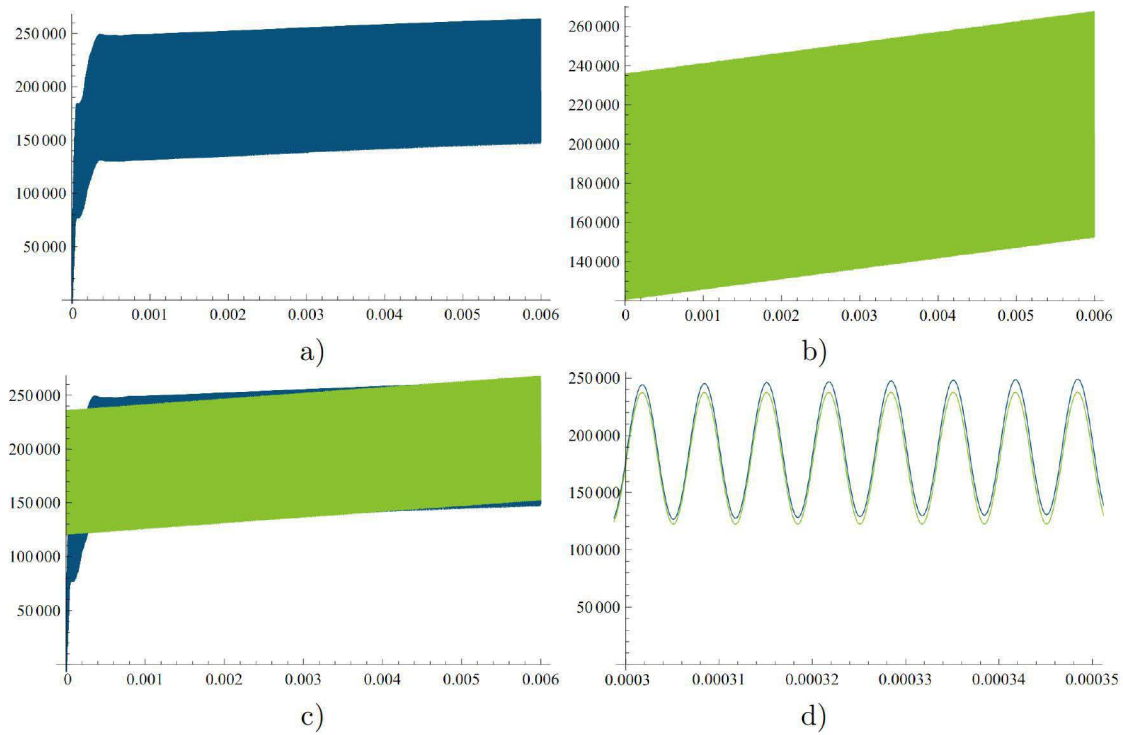


Figura 6.14: Tensão (Pa) resultante da simulação do ensaio de rigidez em função do tempo (s) a), tensão (Pa) obtida pela expressão de regressão em função do tempo (s) b), sobreposição de ambas c) e d)

$$\phi = \phi_{\sigma} - \phi_{\varepsilon} \quad (6.59)$$

Na Figura 6.14 é possível observar-se um gráfico da tensão obtida a partir do ensaio a), um gráfico da equação de regressão associada b), um gráfico da sobreposição dos dois anteriores c), e um gráfico com um “zoom” da sobreposição à frequência de 10Hz d), sendo observado um aumento da tensão ao longo do tempo. Na Figura 6.15 observa-se a representação gráfica da extensão obtida e da regressão associada sobrepostas, tendo um andamento de amplitude constante uma vez que esta é imposta no algoritmo utilizado tendo um valor definido ( $\varepsilon_0 = 1 \times 10^{-4} \text{m}$ ). Estes gráficos são relativos à simulação A (Quadro 6.5).

O algoritmo da formulação numérica realizada no Mathematica para obtenção das constantes de regressão é apresentado no Anexo D.

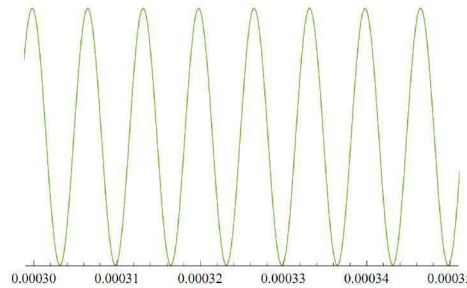


Figura 6.15: Sobreposição da extensão aplicada no ensaio de rigidez em função do tempo com a extensão obtida pela expressão de regressão

### 6.3.4 Resultados da formulação numérica

Obtiveram-se valores do módulo de rigidez e do ângulo de fase para os oito mastiques a 5°C, 15°C e 25°C, tão aproximados quanto possível dos respectivos valores determinados laboratorialmente. Estes valores podem ser consultados no Anexo E e comparados com os obtidos em laboratório presentes no Quadro 4.9.

Num gráfico com resultados laboratoriais em abcissas e resultados da análise microscópica em ordenadas, os pontos estariam idealmente sobre a recta em que as abcissas igualam as ordenadas ( $x = y$ ). Decidiu-se então gerar a representação gráfica dessa forma, para mais facilmente comparar resultados e tirar conclusões.

Criaram-se dois gráficos para o módulo de rigidez (Figura 6.16) agrupando os resultados primeiramente por frequências (0,01Hz, 0,5Hz e 10Hz) e de seguida por temperaturas (5°C, 15°C e 25°C).

Numa primeira análise é possível observar que os valores obtidos na análise microscópica são tendencialmente iguais ou inferiores aos laboratoriais. Observa-se também que os valores que mais se afastam da igualdade entre abcissas e ordenadas são os da temperatura mais baixa (5°C), subdividindo-se em dois grupos de dados, uns superiores e à frequência de 10Hz e outros mais baixos e à frequência de 0,5Hz. A frequência de 0,01Hz e as temperaturas de 15°C e 25°C são as que, no seu todo, mais se aproximam da recta  $x = y$ .

No algoritmo utilizado no *software* PFC<sup>2D</sup> é multiplicado um factor pelo tempo, de forma a acelerar a simulação do ensaio de rigidez. Este factor é utilizado de forma a tornar a simulação do ensaio mais rápida podendo-se assim realizar vários ensaios num espaço de tempo muito inferior ao real. Esta é uma das principais vantagens da modelação numérica relativamente à realização de ensaios laboratoriais.

Utilizou-se primeiramente um factor de  $1 \times 10^4$ , tendo-se obtido bons valores de módulo de rigidez para os mastiques a 15°C e a 25°C, ou seja para os valores mais baixos de módulo de rigidez (até aproximadamente 350MPa), no entanto não se conseguiram obter valores superiores, ficando muito aquém dos mastiques a 5°C, cujo módulo atinge (para o mastic 7)



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

---

aproximadamente 1000MPa.

Experimentou-se subir o factor de tempo, na expectativa de conseguir obter melhores resultados para o conjunto e não apenas para um grupo de valores. Utilizou-se um factor de  $2 \times 10^4$ , tendo-se verificado precisamente o inverso. Obtiveram-se bons resultados para os valores mais elevados, mas não se conseguiram obter boas aproximações para os valores mais baixos (à temperatura de 25°C).

Decidiu-se então utilizar um factor de tempo intermédio  $1,5 \times 10^4$  para todas as simulações, obtendo-se um compromisso entre a obtenção dos valores mais altos e mais baixos. Os gráficos espelham um pouco isto mesmo, na medida em que os valores mais altos se afastam da recta  $x = y$  e existe igualmente um conjunto de valores baixos (em laboratório) cuja aproximação pelo PFC<sup>2D</sup> é também bastante baixa e próxima de zero.

Para o ângulo de fase procedeu-se de igual forma, criaram-se dois gráficos (Figura 6.17) com resultados laboratoriais em abcissas e resultados da análise microscópica em ordenadas, o primeiro agrupado por frequências (0,01Hz, 0,5Hz e 10Hz) e o segundo agrupado por temperaturas (5°C, 15°C e 25°C).

Existiu uma maior dificuldade na aproximação aos valores do ângulo de fase relativamente aos do módulo de rigidez.

Como se pode verificar pelos gráficos (Figura 6.17) os valores de ângulo de fase que mais se aproximam da recta  $x = y$  correspondem às frequências mais baixas (0,01Hz e 0,5Hz), embora alguns dos valores de frequência 0,01Hz se afastem da mesma.

Existe um "núcleo" de valores, cujo ângulo de fase determinado pelo modelo microscópico é francamente superior ao ângulo de fase obtido em laboratório. Este conjunto de valores parece ser independente da temperatura, uma vez que do mesmo fazem parte mastiques às três diferentes temperaturas.

Globalmente, por análise dos gráficos (Figuras 6.16 e 6.17) verifica-se que a aproximação de resultados do modelo microscópico aos ensaios laboratoriais é claramente melhor no módulo de rigidez. No decorrer das simulações verificou-se também que o módulo de rigidez é muito mais sensível à variação dos parâmetros do modelo de Burgers do que o ângulo de fase.

Liu *et al.* (2010) afirma que no seu estudo para frequências baixas e temperaturas altas (em módulos inferiores a 5GPa) os valores do módulo de rigidez são significativamente inferiores aos obtidos experimentalmente, o que no presente caso se verifica para um núcleo de valores abaixo dos 400MPa. Refere também que alguns valores individuais de ângulos de fase divergem dos valores experimentais, o que pode explicar a variabilidade de valores obtidos neste estudo.



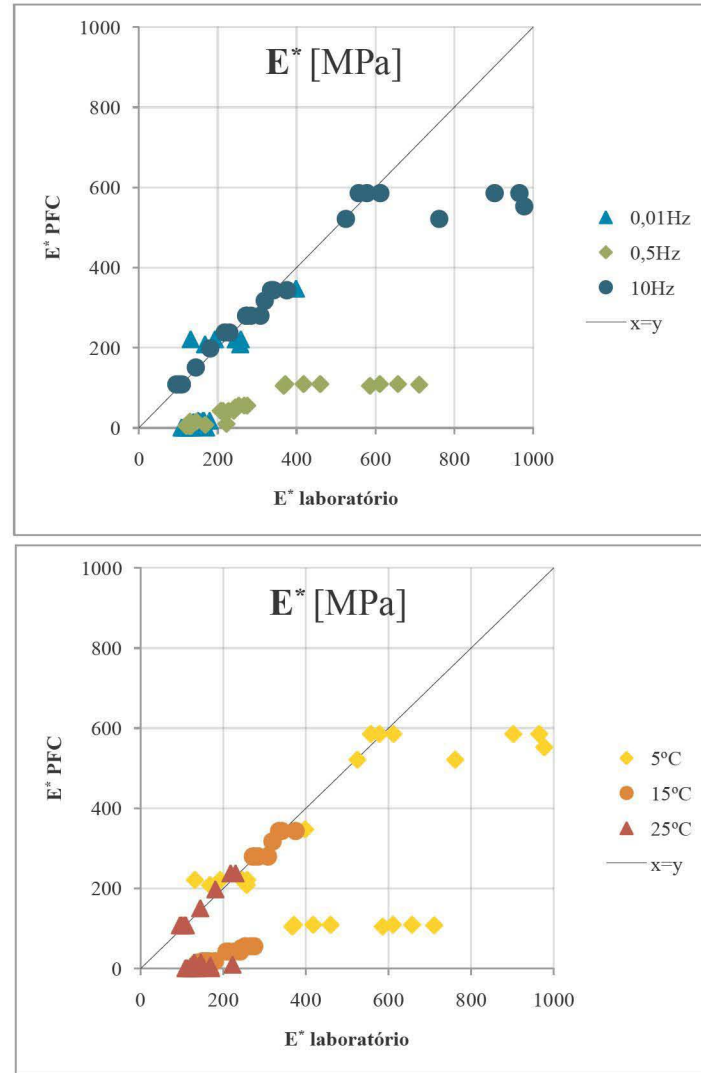


Figura 6.16: Módulo de rigidez agrupado por frequências e por temperaturas

De seguida far-se-á a comparação entre os parâmetros macroscópicos, determinados inicialmente, e os parâmetros microscópicos obtidos na modelação micromecânica.

No Quadro 6.5 apresentam-se os valores dos parâmetros segundo a direcção normal e de corte obtidos para os mastiques em estudo, com excepção feita para as simulações A e C cujos parâmetros normais são os apresentados no referido Quadro e os parâmetros de corte são dez vezes inferiores.

No Quadro 6.6 é feita a correspondência entre as simulações e os respectivos mastiques às diferentes temperaturas. Verifica-se que as simulações A, B e C são para os mastiques a 5°C, D, E e F para os mastiques a 15°C e finalmente G, H, I e J para os mastiques betuminosos a 25°C.

É então possível comparar os parâmetros macroscópicos (Quadro 5.1) com os parâmetros

### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

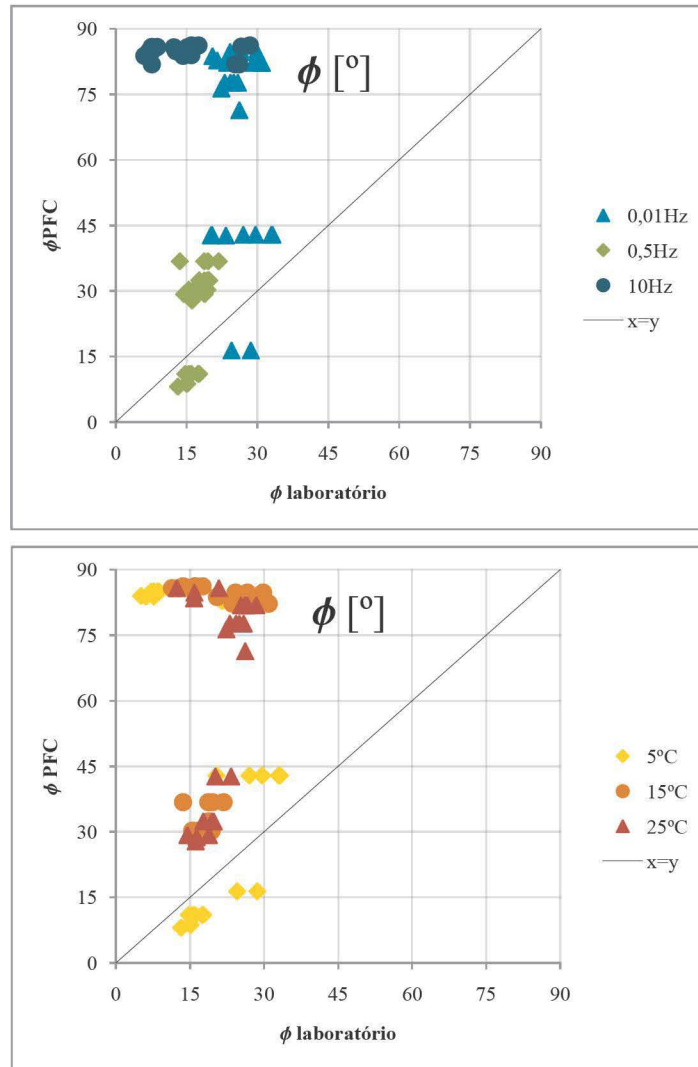


Figura 6.17: Ângulo de fase agrupado por frequências e por temperaturas

microscópicos (Quadros 6.5 e 6.6).

Para mais facilmente analisar a relação "macro-micro" dispuseram-se os resultados em gráficos. São apresentados os parâmetros microscópicos apenas na direcção normal (uma vez que a análise macroscópica é também feita apenas na direcção normal), e os resultados estão agrupados relativamente às temperaturas e à percentagem de betume.

Por análise dos gráficos (Figuras 6.18, 6.19, 6.20 e 6.21) verifica-se uma tendência para a aproximação dos resultados à recta fictícia " $x = y$ ", e diz-se fictícia pois o eixo  $yy$ , correspondente aos parâmetros microscópicos, está na escala logarítmica, uma vez que estes são francamente superiores aos macroscópicos. Determinaram-se linhas de tendência cuja expressão e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) se apresentam sobre o respectivo gráfico.

Quadro 6.5: Parâmetros utilizados nas simulações

Simulação	$K_1$ [N/m]	$C_1$ [Ns/m]	$K_2$ [N/m]	$C_2$ [Ns/m]
A	$9,1 \times 10^8$	$1,0 \times 10^{10}$	$1,0 \times 10^9$	$1,0 \times 10^{10}$
B	$1,0 \times 10^{11}$	$1,4 \times 10^{10}$	$1,0 \times 10^{11}$	$1,4 \times 10^{10}$
C	$9,1 \times 10^{10}$	$2,0 \times 10^{10}$	$1,0 \times 10^{11}$	$2,0 \times 10^{10}$
D	$2,0 \times 10^5$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$
E	$5,0 \times 10^5$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$
F	$7,0 \times 10^5$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$
G	$2,0 \times 10^2$	$2,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^2$	$2,0 \times 10^9$
H	$2,0 \times 10^4$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$
I	$5,0 \times 10^3$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$
J	$2,0 \times 10^3$	$5,0 \times 10^9$	$2,0 \times 10^7$	$5,0 \times 10^9$

Quadro 6.6: Correspondência entre simulações e os mastiques betuminosos às diferentes temperaturas

	5°C	15°C	25°C
Mastique 1	A	D	G
Mastique 2	B	D	G
Mastique 3	A	F	G
Mastique 4	A	E	H
Mastique 5	B	F	G
Mastique 6	A	D	H
Mastique 7	C	F	I
Mastique 8	A	D	J

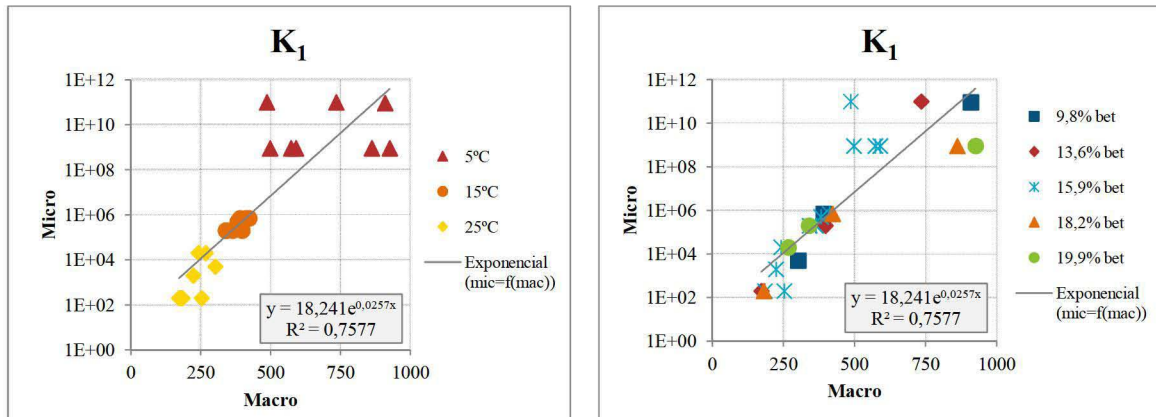


Figura 6.18: Comparação entre  $K_1$  macroscópico e microscópico

No que diz respeito ao parâmetro  $K_1$  (Figura 6.18) é notória a influência da temperatura, quanto mais baixa a temperatura mais elevados são os parâmetros (micro e macro) e vice-versa. Quanto aos gráficos em que se destaca o teor em betume observa-se uma grande disparidade de valores não sendo possível atribuir relação entre o parâmetro  $K_1$  e a percentagem de betume.

Quanto ao parâmetro  $C_1$  (Figura 6.19), a forte influência da temperatura é uma vez mais



### 6.3. Determinação dos parâmetros do modelo de Burgers por análise microscópica

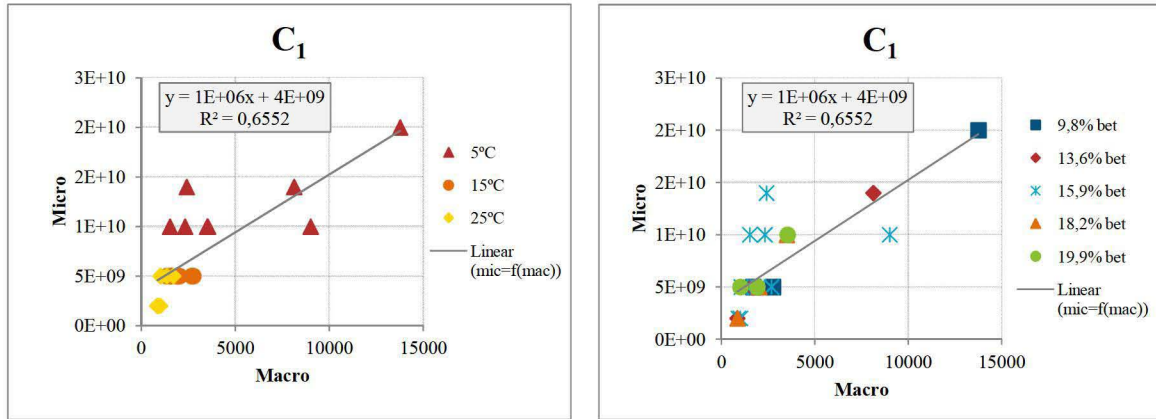


Figura 6.19: Comparação entre  $C_1$  macroscópico e microscópico

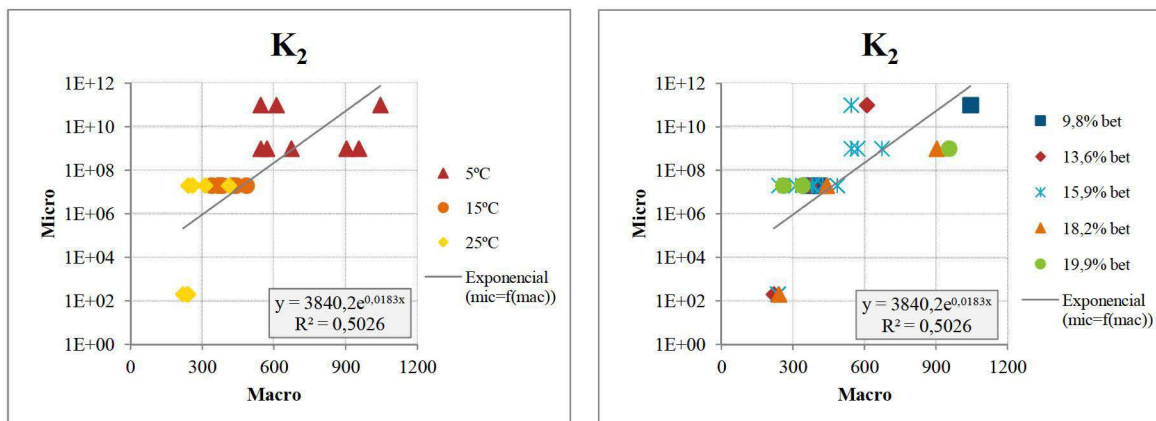


Figura 6.20: Comparação entre  $K_2$  macroscópico e microscópico

clara. Por observação do gráfico confirma-se a conclusão obtida no Capítulo 5 de que para um teor em betume mais baixo os valores dos parâmetros são mais altos.

Para o parâmetro  $K_2$  relativo à mola do elemento Kelvin (Figura 6.20), tiram-se conclusões parecidas às do parâmetro  $K_1$ . O decréscimo da temperatura leva a um aumento do parâmetro, e existe uma ligeira tendência para o decréscimo do teor em betume conduzir também a um aumento do parâmetro.

O parâmetro  $C_2$  (Figura 6.21), tal como os restantes, é fortemente influenciado pela temperatura que quanto menor, maior valor tem o parâmetro. O teor em betume mais baixo, corresponde também a valores mais elevados de  $C_2$ .

Analisando os valores dos coeficientes de determinação, constata-se que a expressão que melhor se ajusta aos dados é a relativa ao parâmetro  $K_1$ , seguida da relativa ao parâmetro  $C_2$ . A expressão que menos se adequa aos dados respectivos é a relativa ao parâmetro  $K_2$ .

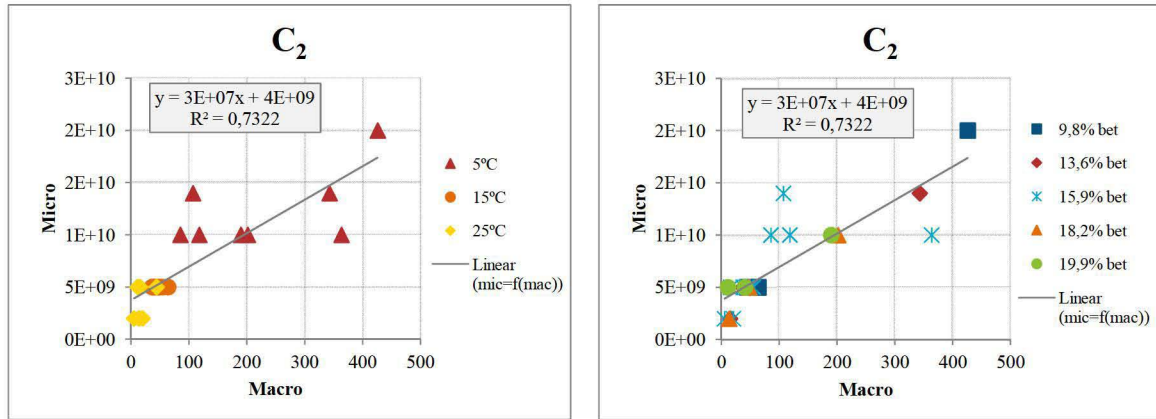


Figura 6.21: Comparação entre  $C_2$  macroscópico e microscópico

De todos, o parâmetro que revelou maior influência nos resultados do módulo de rigidez foi sem dúvida o relativo à mola de Maxwell ( $K_1$ ). Relativamente ao ângulo de fase não foi encontrado um parâmetro de notório destaque relativamente à influência nos resultados obtidos.

## 6.4 Síntese

No presente Capítulo desenvolveu-se um modelo microscópico (de Burgers) com o objectivo de determinar os parâmetros do mesmo ( $K_1$ ,  $C_1$ ,  $K_2$  e  $C_2$ ).

Definiu-se a assembleia a ser submetida ao ensaio de carregamento repetido, e de seguida simulou-se o ensaio, partindo dos parâmetros determinados através da análise macroscópica. Após várias simulações, chegou-se aos resultados finais, tendo-se obtido os parâmetros microscópicos e os respectivos módulos de rigidez e ângulos de fase.

Como principais conclusões tem-se que:

- os módulos de rigidez obtidos pelo modelo microscópico são no seu conjunto iguais ou inferiores aos laboratoriais, sendo que os resultados mais próximos se verificam para a frequência mais baixa e para as temperaturas de 15°C e 25°C;
- os resultados que mais aproximam o ângulo de fase microscópico do laboratorial ocorrem para as frequências mais baixas;
- os valores microscópicos dos módulos de rigidez são mais próximos dos correspondentes laboratoriais do que os valores de ângulo de fase, e são também muito mais sensíveis à variação dos parâmetros do modelo;
- a característica que mais influencia os parâmetros é a temperatura (parâmetros mais elevados correspondem à temperatura mais baixa);
- o parâmetro  $K_1$  é o que mais influencia os resultados do módulo de rigidez;

- os parâmetros microscópicos são muito superiores aos macroscópicos existindo no entanto relação entre ambos (parâmetros microscópicos mais elevados correspondem a parâmetros macroscópicos mais elevados também).





## Capítulo 7

# Considerações finais

### 7.1 Conclusões

Nos últimos anos têm-se desenvolvido estudos com recurso à modelação numérica para melhor conhecimento do comportamento dos materiais constituintes das misturas betuminosas. Estes estudos são efectuados com o intuito de, no futuro, a modelação poder substituir os ensaios laboratoriais.

Neste trabalho pretendeu-se estudar o comportamento mecânico do mastique betuminoso com recurso à modelação numérica. No Capítulo 2 tecem-se considerações gerais sobre pavimentos rodoviários e misturas betuminosas.

No Capítulo 3 caracteriza-se o comportamento viscoelástico do mastique e descreve-se o Método de Elementos Discretos; por fim é feita uma revisão de trabalhos cujo alvo de estudo foi a modelação micromecânica de misturas betuminosas e mastiques betuminosos. Constatou-se que a maioria dos estudos analisados realizou uma análise de elementos discretos a duas dimensões, tal como na presente dissertação.

No Capítulo 4 faz-se a caracterização do programa experimental realizado por Silva (2005) obtendo-se algumas conclusões que se apresentam de seguida:

- a característica que mais influencia o comportamento do mastique é o teor em betume;
- a característica que mais influencia o teor em betume é o tipo de filer;
- o filer calcário tem maior facilidade de ligação ao betume, relativamente ao filer granítico, que quando utilizado necessita de maior quantidade de betume, pois é mais fino e tem maior área superficial;
- o teor em betume é mais elevado para uma mistura com agregados maiores e com menor quantidade de finos
- a diferença entre os tipos de betume utilizados (35/50 e 50/70) é pouco significativa, no entanto os agregados finos ligam-se com maior facilidade ao betume mais mole;

## Capítulo 7. Considerações finais

---

- em comparação com as misturas betuminosas, o masticue betuminoso assume um comportamento com maior variabilidade quando exposto ao ensaio de carregamento repetido;
- com o aumento da frequência do ensaio de carregamento, o módulo de rigidez assume um aumento aproximadamente linear;
- o masticue com composição base e o masticue com um tipo de filer granítico têm os módulos de rigidez mais baixos;
- com o aumento da frequência de ensaio, o ângulo de fase diminui, com uma variabilidade particularmente acentuada no caso do betume 50/70;
- o teor em betume tem elevada influência nos valores de ângulo de fase que são maiores para teores em betume mais elevados e menores para teores em betume baixos;
- os mastiques são fortemente influenciados pela temperatura de ensaio tendo valores maiores de módulo de rigidez para a temperatura mais baixa e valores maiores de ângulo de fase para a temperatura mais alta.

No Capítulo 5 realiza-se uma modelação do comportamento mecânico do masticue com modelo macroscópico, partindo dos resultados experimentais apresentados no Capítulo anterior. Determinam-se os parâmetros do modelo viscoelástico de Burgers e dos seus valores tiram-se as seguintes conclusões:

- embora pouco marcada é notória a tendência de parâmetros com valores mais baixos para o masticue com menor teor em betume, principalmente para a temperatura mais elevada (25°C);
- a diferença entre o uso de um tipo de betume 35/50 ou 50/70 não é significativa nos resultados dos parâmetros do modelo;
- o uso de filer granítico revela uma ligeira tendência para a obtenção de parâmetros inferiores;
- a utilização de um masticue sujeito a envelhecimento inicial conduziu a parâmetros ligeiramente mais elevados;
- num masticue de granulometria grossa os parâmetros são mais elevados do que num com granulometria fina.

De seguida, realiza-se um estudo estatístico com o intuito de tirar mais conclusões e determinar as características com maior influência nos valores dos parâmetros do modelo de Burgers. Concluiu-se que:

- os parâmetros relativos à rigidez,  $K_1$  e  $K_2$ , são fortemente influenciados pela temperatura, assumindo valores mais elevados para a temperatura mais baixa e vice-versa;
- o parâmetro  $C_1$ , relativo ao amortecedor do elemento Maxwell, é maioritariamente influenciado pela temperatura e pelo teor em betume; quanto mais elevadas são estas variáveis, mais baixos são os valores do parâmetro  $C_1$ ;



- o parâmetro relativo ao amortecedor do elemento Kelvin  $C_2$  é influenciado pela temperatura, pelo teor em betume e pelo tipo de filler.

Retira-se como principal conclusão que a temperatura de ensaio e o teor em betume são as características mais relevantes no que diz respeito aos valores dos parâmetros macroscópicos do modelo de Burgers.

No Capítulo 6 é realizada uma modelação do comportamento mecânico com modelo microscópico. Obtiveram-se valores de módulo de rigidez e de ângulo de fase tendo-se observado que:

- os módulos de rigidez obtidos através do modelo microscópico são de uma forma geral iguais ou inferiores aos laboratoriais, sendo que os resultados mais próximos se obtêm para a frequência mais baixa e para as temperaturas mais altas;
- os valores de ângulo de fase obtidos por análise microscópica que mais se aproximam dos determinados em laboratório correspondem às frequências mais baixas, embora existam valores isolados que se afastam para a frequência mais baixa;
- a aproximação dos resultados do modelo microscópico aos resultados dos ensaios laboratoriais é francamente melhor para o módulo de rigidez do que para o ângulo de fase;
- o módulo de rigidez tem muito maior sensibilidade à variação dos parâmetros do modelo viscoelástico;
- os resultados apresentam-se em concordância com os obtidos por Liu *et al.* (2010) que refere a existência de valores individuais de ângulo de fase divergentes dos obtidos laboratorialmente.

Obtiveram-se igualmente os parâmetros microscópicos do modelo que conduziram aos valores de módulo de rigidez e de ângulo de fase referidos. Analisando e comparando os resultados chega-se às conclusões abaixo indicadas:

- durante o estudo atribuíram-se parâmetros diferenciados para as direcções normal e de corte em algumas simulações e iguais nas duas direcções noutras simulações;
- a característica que mais influencia os parâmetros é claramente a temperatura, sendo que os parâmetros mais elevados correspondem à temperatura mais baixa;
- o parâmetro  $K_1$  é o que tem maior influência nos resultados do módulo de rigidez;
- relativamente ao ângulo de fase não foi identificado o parâmetro que mais o influencia.
- como seria de esperar, os parâmetros microscópicos são largamente superiores aos macroscópicos, sendo no entanto visível a relação entre os mesmos: maiores valores macroscópicos correspondem a maiores valores microscópicos.

O modelo numérico realizado revelou ser razoavelmente eficaz na modelação do comportamento mecânico do mástico betuminoso tendo sido estudada a relação entre parâmetros macroscópicos e microscópicos, o que se considera de extrema utilidade para o desenvolvimento de modelos futuros que conduzirão à substituição dos morosos e dispendiosos ensaios laboratoriais.

### 7.2 Desenvolvimentos futuros

Para finalizar, apresentam-se algumas possíveis extensões e desenvolvimentos do estudo efectuado na presente dissertação.

- verificou-se alguma dificuldade na aproximação dos resultados macroscópicos e microscópicos relativamente ao ângulo de fase, pelo que se propõe tentar analisar e identificar os parâmetros do modelo de Burgers que mais influenciam os valores do ângulo de fase;
- geraram-se assembleias com partículas do mesmo tamanho. Propõe-se realizar o mesmo estudo com assembleias de partículas com tamanhos diversos;
- criaram-se assembleias com partículas circulares. Propõe-se a realização de assembleias com diferentes configurações de partículas e partículas aglomeradas (“clumps”);
- realizar um estudo semelhante, começando nos ensaios laboratoriais e terminando na modelação numérica, de diferentes constituições de mastiques betuminosos; analisar a influência das várias características nos resultados, podendo estabelecer uma comparação com as conclusões obtidas no presente estudo.
- realizar o mesmo estudo, utilizando uma análise em elementos discretos a três dimensões;

# Bibliografia

Abbas, Ala R. (2004) - "Simulation of the micromechanical behavior of asphalt mixtures using the discrete element method", PhD Thesis, Washington State University, USA.

Azevedo, Nuno Monteiro (2003) - "A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plain and reinforced concrete", PhD Thesis, Heriot-Watt University, Edimburg, UK.

Branco, Fernando; Pereira, Paulo; Picado Santos, Luís (2008) - "Pavimentos Rodoviários", Edições Almedina, Coimbra.

Demirci, Canser (2010) - "Evaluation of resilient modulus estimation methods for asphalt mixtures based on laboratory measurements", MS Thesis, Middle East Technical University, Turkey.

Freire, Ana Cristina (2004) - "Agregados para misturas betuminosas", Palestra, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Apresentada a 8 de Junho de 2004, na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

Gethin, David; Lewis, Roland; Ransing, Rajesh (2003) - "A discrete deformable element approach for the compaction of powder systems", Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, Vol. 11.

Groenendijk, Jacob (1998) - "Accelerated testing and surface cracking of asphaltic concrete pavements", PhD Thesis, Technische Universiteit Delft, Netherlands.

InIR (2009) - "Directivas para a concepção de pavimentos", Disposições Normativas, Instituto de Infra-Estruturas Rodoviárias, Portugal.

InIR (2009) - "Construção e reabilitação de pavimentos - ligantes betuminosas", Disposições Normativas, Instituto de Infra-Estruturas Rodoviárias, Portugal.

Itasca Consulting Group (2004) - "PFC<sup>2D</sup> - Particle Flow Code in 2 Dimensions - User's Guide, v3.1", USA.



## Bibliografia

---

- Itasca Consulting Group (2004) - "PFC<sup>2D</sup> - Particle Flow Code in 2 Dimensions - Theory and Background, v3.1", USA.
- Lee, York W. (2006) - "Discrete Element Modelling of Idealised Asphalt Mixture", PhD Thesis, The University of Nottingham, Nottingham, UK.
- Liu, Yu; Dai, Qingli; You, Zhanping (2009) - "Viscoelastic Model for Discrete Element Simulation of Asphalt Mixtures", Journal of Engineering Mechanics, ASCE.
- Liu, Yu; You, Zhanping; Goh, Shu Wei; Mills-Beale, Julian (2010) - "Postprocessing Method for Dynamic Modulus Tests of Hot-Mix Asphalt", Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE.
- Maroco, João (2003) - "Análise estatística, com utilização do SPSS", Edições SÍLABO, 2<sup>a</sup> Edição, Lisboa, Portugal.
- Micaelo, Rui (2008) - "Compactação de misturas betuminosas", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Nazer, Hamid (2001) - "Development of a discrete element methodology for the simulation of gravity flow of ore in ore passes", PhD Thesis, Colorado School of Mines, Colorado, USA.
- Pestana, M. H.; Gageiro, J. N. (2003) - "Análise de dados para ciências sociais, a complementaridade do SPSS", Edições SÍLABO, 3<sup>a</sup> Edição, Lisboa, Portugal.
- Pinto, Joana (2003) - "Caracterização superficial de pavimentos rodoviários", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Silva, Hugo Dias da (2005) - "Caracterização do mastic betuminoso e da ligação agregado-mastique", Tese de Doutoramento, Universidade do Minho, Guimarães, Portugal.
- Vale, Cecília (2004) - "Comportamento estrutural de pavimentos rodoviários flexíveis", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- You, Zhanping (2003) - "Development of a micromechanical modeling approach to predict asphalt mixture stiffness using discrete element method", PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, USA.

## Anexo A

# Algoritmo de determinação dos quatro parâmetros do modelo de Burgers

Análise macroscópica

## Anexo A. Algoritmo de determinação dos quatro parâmetros do modelo de Burgers

---

```
%ANÁLISE MACROSCÓPICA

clear
format long

%DADOS DE ENTRADA
%frequências dos ensaios
fq=[10.000 5.000 2.000 1.000 0.500 0.200 0.100 0.050 0.020 0.010];
%módulos correspondentes a cada frequência
E=[557.4 464.9 421.4 392.2 371.3 311.2 267.7 230.1 178.6 131.5];
%ângulos de fase para cada frequência
phi=[7.1 11.0 12.4 13.2 16.0 17.7 21.9 25.0 28.0 29.6];
%frequência angular
w=2*pi*fq;

E1=max(E);
C1=min(E)/min(w);

%Determinação de E2 e C2
Burg=[];
for i=1:length(fq)
    TphiT=tan(phi(i)*pi/180)
    wT=2*pi*fq(i)
    ET=E(i)

    x0=[1;1];
    options=optimset('Display','iter');
    [x,fval] = fsolve(@ (x) func_optimizar_2(x,TphiT,ET,E1,C1,wT),x0,options);

    %verificar que E2 e C2 são positivos
    for j=1:2;
        if x(j)<0
            E1=10*E1; %quando não são positivos modifica-se a estimativa de E1 e
C1
            C1=10*C1;
            [x,fval] = fsolve(@ (x) func_optimizar_2(x,TphiT,ET,E1,C1,wT),x0,options);
        end
    end
    Burg=[Burg; E1 C1 x(1) x(2)];
end

Burg %Conjunto de valores (E1,C1,E2,C2) determinados para o conjunto de ensaios
(frequências)

%otimização dos parâmetros de Burgers de forma a minimizar o erro de acordo com a
expressão de Abbas
B=mean(Burg,1)
E1o=E.*cos(phi*3.14/180);
E2o=E.*sin(phi*3.14/180);
F=func_optimizar(B,w,E1o,E2o);
options=optimset('Display','iter','TolFun',1e-20, 'MaxFunEvals', 500);
lb=[0.001 0.001 0.001 0.001]; %restrição de E1,C1,E2,C2 positivos
[B,fval,EXITFLAG]=fmincon(@ (B) func_optimizar(B,w,E1o,E2o),B,[],[],[],[],lb,[],[],
options)
```



## Anexo A. Algoritmo de determinação dos quatro parâmetros do modelo de Burgers

---

```
function f=func_optimizar(B,w,E1o,E2o)
D1=1/B(1)+B(3)./(B(3)^2+w.*w*B(4)^2);
D2=1./(B(2)*w)+w*B(4)./(B(3)^2+w.*w*B(4)^2);
E1=D1./(D1.*D1+D2.*D2);
E2=D2./(D1.*D1+D2.*D2);
F=((E1./E1o)-1).^2+((E2./E2o)-1).^2;
f=sum(F);
```

```
function F=func_optimizar_2(x,TphiT,ET,E1,C1,wT)
F=[TphiT-((x(2)*(x(2)+C1)*wT^2+x(1)^2)*E1/(wT*C1*(wT^2*x(2)^2+x(1)*(x(1)+E1))))];
ET-(sqrt((wT^4*C1^2*x(2)^2+wT^2*E1^2*x(2)^2+2*wT^2*E1^2*x(2)
*C1+wT^2*E1^2*C1^2+2*wT^2*C1^2*E1*x(1)+wT^2*C1^2*x(1)^2+E1^2*x(1)^2)*(x(1)^2+wT^2*x(2)^2))
*C1*wT*E1/(wT^4*C1^2*x(2)^2+wT^2*E1^2*x(2)^2+2*wT^2*E1^2*x(2)
*C1+wT^2*E1^2*C1^2+2*wT^2*C1^2*E1*x(1)+wT^2*C1^2*x(1)^2+E1^2*x(1)^2))];
```



## Anexo B

# Algoritmo de geração da assembleia de partículas

Análise microscópica



## Anexo B. Algoritmo de geração da assembleia de partículas

---

```
;Provete Rectangular de Mastique

new
set random
set disk 0.01 ;as partículas são tratadas como discos com 1 unidade de espessura
set dt dscale

;Propriedades
macro k1 '1e5'
macro k2 '1e5'
damp default local 0.7
damp default viscous normal 0.2
damp default viscous shear 0.2

;Paredes - limites do provete
wall id 1 nodes -0.025 -0.04 0.075 -0.04 kn k2 ks k2
wall id 2 nodes 0.075 -0.04 0.075 0.12 kn k2 ks k2
wall id 3 nodes -0.025 0.12 -0.025 -0.04 kn k2 ks k2
wall prop fric 0.25

;Geração de partículas
set max_balls 5000
gen tries 5000000 id 1 3520 rad 0.0005 0.0005 x -0.025 0.075 y -0.040 0.12

macro mastique 'id 1 4000'
prop density 2170 kn k1 ks k1 fric 2 range mastique
set grav 0 0

;Círculos de Medição
measure id 1 x 0.0125 y 0.0133 rad 0.0133
measure id 2 x 0.0375 y 0.0133 rad 0.0133
measure id 3 x 0.0125 y 0.04 rad 0.0133
measure id 4 x 0.0375 y 0.04 rad 0.0133
measure id 5 x 0.0125 y 0.0666 rad 0.0133
measure id 6 x 0.0375 y 0.0666 rad 0.0133

def por
mp = circ_head
aa = 0
loop while mp # null
a1 = m_poros(mp)
aa = aa + a1
mp = m_next(mp)
end_loop
por = aa/3
end

hist id 1 por

;Representação gráfica da Assembleia
plot create Contact_Force
plot set title text 'Provete Rectangular de Mastique (5X8cm^2)'
plot add ball range mastique blue
plot add wall black
plot add cforce black
plot add axes green
plot add meas orange
```

```
plot set background white
plot show

set plot avi size 640 480
movie avi_open file assembleiafinal.avi
movie step 500 1 file assembleiafinal.avi

;Representação gráfica da variação da porosidade
plot create porosidade
plot set background white
plot hist 1

wall id 5 nodes 0.075 0.12 -0.025 0.12 kn k2 ks k2 fric 0 yvel -2.649E-6
cyc 15100

wall id 5 yvel 0
cyc 100000

del wall 3

wall id 3 nodes -0.025 0.08 -0.025 -0.04 kn k2 ks k2 fric 0 xvel 1.66E-6
cyc 15100

wall id 3 xvel 0
cyc 100000

del wall 1

wall id 1 nodes 0 -0.04 0.075 -0.04 kn k2 ks k2 fric 0 yvel 2.649E-6
cyc 15100

wall id 1 yvel 0
cyc 100000

del wall 2

wall id 2 nodes 0.075 0 0.075 0.08 kn k2 ks k2 fric 0 xvel -1.66E-6
cyc 15100

wall id 2 xvel 0
cyc 100000

set grav 0 -9.81
cyc 250000

prop rad add 1e-5
cyc 10000

prop rad add 1e-5
cyc 10000

prop rad add 1e-5
cyc 10000

set grav 0 0
cyc 200000

prop rad add 5e-6
```

## Anexo B. Algoritmo de geração da assembleia de partículas

---

```
cyc 200000

prop n_bond 1e20
prop s_bond 1e20
cyc 400000

set grav 0 -9.81
cyc 100000

movie avi_close file assembleiafinal.avi
```

## Anexo C

# Algoritmo de ensaio de carregamento

Análise microscópica



## Anexo C. Algoritmo de ensaio de carregamento

---

```
new
set random

call fishcall.fis

rest assembleiafinal.sav

del wall 5

wall id 5 nodes 0.05 0.08 0 0.08 kn k2 ks k2

prop density 2170 kn 2e7 ks 2e7 fric 2 range mastique

set time 1e-7
set dt dscale
set dt 2e-7

;Modelo Burger
config cppudm
model load burwrv.dll

;Propriedades
def set_param

;normal
Kmn=1e11
Cmn=1.4e10
Kkn=1e11
Ckn=1.4e10

;de corte
Kms=1e10
Cms=1.4e9
Kks=1e10
Cks=1.4e9

f_set=0.3 ; atrito
end
set_param

def burger1
c_model(cp)='burger'
c_prop(cp,'bur_knk')=Kkn
c_prop(cp,'bur_cnk')=Ckn
c_prop(cp,'bur_knm')=Kmn
c_prop(cp,'bur_cnm')=Cmn

c_prop(cp,'bur_ksk')=Kks
c_prop(cp,'bur_csk')=Cks
c_prop(cp,'bur_ksm')=Kms
c_prop(cp,'bur_csm')=Cms

c_prop(cp,'bur_fric')=f_set
c_prop(cp,'bur_notension')=0
c_prop(cp,'bur_n_bond')=1e20
c_prop(cp,'bur_s_bond')=1e20
```

```

end

def cont_burg
  cp=contact_head
  loop while cp#null
    b1=pointer_type(c_ball2(cp))
    if b1=100
      burger1
    endif
    cp=c_next(cp)
  endloop
end

cont_burg

damp default local 0
damp default viscous normal 0
damp default viscous shear 0

set grav 0, 0

;Dados
def dados
  freq=10 ; inserir lista de frequências
  ww=2*pi*freq
  LL=0.08
  EE=1e-4
  Vt=0
end
dados

def vel_placa
  wp=find_wall(5)
  Vt=Vt+2e-7
  w_yvel(wp)=-LL*EE*sin(ww*Vt*1.5*10^4)*ww*1.5*10^4
  vel_placa=-LL*EE*sin(ww*Vt*1.5*10^4)*ww*1.5*10^4
end

def vel_placa2
  vel_placa2=-LL*EE*sin(ww*Vt*1.5*10^4)*ww*1.5*10^4
end

;VELOCIDADE
hist id 4 vel_placa2 nstep 1
pl create velocidade
pl hist 4
pl set background white
pl close

;DESLOCAMENTO
def wall_5_pos
  wp=find_wall(5)
  wall_5_pos=w_y(wp)
end

hist id 3 wall_5_pos nstep 1
pl create deslocamento

```

## Anexo C. Algoritmo de ensaio de carregamento

---

```
pl hist 3
pl set background white
pl close

;FORÇA
def wall_5_force
    wp=find_wall(5)
    wall_5_force=w_yfob(wp)
end

hist id 2 wall_5_force nstep 1
pl create forca
pl hist 2
pl set background white
pl close

set fishcall 12 vel_placa

del wall 2
del wall 3

cyc 30000
```

## Anexo D

# Algoritmo de formulação numérica

### Mathematica

```
Import["C:\\Users\\Sofia\\Desktop\\Mathematica\\mast8-25C.xls", "Elements"]

data =
  Take[
    Import[
      "C:\\Users\\Sofia\\Desktop\\Mathematica\\mast8-25C.xls", {"Data", 1}], {4, 30 003},
    {6, 7}] // TableForm

list1 = data[[1]]

a = ListLinePlot[list1, PlotStyle → RGBColor[0.035294, 0.321569, 0.498039]]

p = Fit[list1, {Cos[x * 2 * Pi * 10 * 1.5 * 10^4], Sin[x * 2 * Pi * 10 * 1.5 * 10^4], 1, x}, {x}]

b = Plot[p, {x, 0, 0.006},
  PlotStyle → RGBColor[0.541176, 0.756863, 0.196078], PlotPoints → 10 000]

Show[a, b]

Show[a, b, PlotRange → {{0.0003, 0.00035}, {00 000, 250 000}}]
```





## Anexo E

# Módulo de rigidez e ângulo de fase obtidos por análise microscópica

Quadro E.1: Valores de  $E^*$  e  $\phi$  obtidos por análise microscópica

	f [Hz]	5° C		15 °C		25 °C	
		$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]	$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]	$E^*$ [Mpa]	$\phi$ [°]
Mastique 1	10	585,61	84,92	279,87	86,18	108,52	81,88
	0,5	109,5	10,98	42,45	36,77	4,90	32,40
	0,01	221,37	42,88	15,10	82,23	1,38	77,68
Mastique 2	10	521,34	83,80	279,87	86,18	108,52	81,88
	0,5	105,04	8,73	42,45	36,77	4,90	32,40
	0,01	208,73	16,39	15,10	82,23	1,38	77,68
Mastique 3	10	585,61	84,92	343,51	85,75	108,52	81,88
	0,5	109,50	10,98	55,70	30,26	4,90	32,4
	0,01	221,37	42,88	18,40	84,73	1,38	77,68
Mastique 4	10	585,61	84,92	317,27	85,91	238,13	85,81
	0,5	109,50	10,98	50,93	32,38	15,70	29,25
	0,01	221,37	42,88	18,03	83,76	2,22	42,70
Mastique 5	10	521,34	83,80	343,51	85,75	108,52	81,88
	0,5	105,04	8,73	55,70	30,26	4,90	32,40
	0,01	208,73	16,39	18,40	84,73	1,38	77,68
Mastique 6	10	586,61	84,92	279,87	86,18	238,13	85,81
	0,5	109,50	10,98	42,45	36,77	15,70	29,25
	0,01	221,37	42,88	15,10	82,23	2,22	42,70
Mastique 7	10	552,80	83,98	343,51	85,75	198,19	84,77
	0,5	108,00	8,08	55,70	30,26	9,97	27,81
	0,01	347,57	82,76	18,40	84,73	1,31	71,38
Mastique 8	10	585,61	84,92	279,87	86,18	150,99	83,45
	0,5	109,50	10,98	42,45	36,77	7,52	28,77
	0,01	221,37	42,88	15,10	82,23	1,36	76,34